

MODELOS MULTIVARIADOS PARA LA PREDICCIÓN Y CLASIFICACIÓN DE LA ABSORCIÓN Y RESISTENCIA A LA TRACCIÓN INDIRECTA MEDIANTE DENSIDADES EN ADOQUINES DE HORMIGÓN

MULTIVARIATE MODELS FOR THE PREDICTION AND CLASSIFICATION OF ABSORPTION AND INDIRECT TENSILE STRENGTH USING DENSITY MEASUREMENTS IN CONCRETE PAVING BLOCKS

Vinicio R. Benalcázar-Rojas¹, Andrés A. Galvis Correa²

{vinicio.benalcazar@unach.edu.ec¹, aagalvis@espe.edu.ec²}

Fecha de recepción: 16/12/2025 / Fecha de aceptación: 05/12/2026 / Fecha de publicación: 06/01/2026

RESUMEN: Los adoquines de hormigón son necesarios para la construcción de vías, aceras y estacionamientos, el ensayo de resistencia a la tracción indirecta es un punto de partida de su resistencia a cargas y el ensayo de absorción indica su capacidad de resistencia climática impermeabilidad y porosidad. Por lo cual predecir y clasificar estas propiedades mediante densidades según parámetros normativos da un mejor control en optimización de procesos. El estudio ocupa las variables explicativas: densidad del adoquín fresco, densidad del adoquín seco y densidad del adoquín saturado en agua para lograr clasificar y predecir las variables respuestas. La información se recopiló mediante ensayos a una muestra representativa, y tras el correspondiente tratamiento de datos, 287 registros de adoquines fueron incluidos en el análisis. Se utilizaron modelos multivariados como regresión lineal múltiple, regresión logística, árboles de decisión y redes neuronales, adicional se grafican los planos de clasificación para visualizar el comportamiento de los datos frente a la calidad. Los resultados muestran que, para la predicción de la resistencia a la tracción indirecta, la regresión lineal múltiple mediante las variables saturado-fresco obtuvo un error cuadrático medio de 0.142 y un $R_{adj}^2=0.705$; para la predicción del porcentaje de absorción, la red neuronal con 1 capa oculta obtuvo un error cuadrático medio de 0.284. En cuanto a la clasificación de la resistencia a la tracción indirecta, la red neuronal con una capa oculta de 3 neuronas alcanzó una exactitud de 0.824 con las variables saturado-fresco; para la clasificación del porcentaje de absorción se obtuvo una exactitud de 0.826 con 1 capa oculta de 7 neuronas mediante las variables seco-fresco. Se concluye que la investigación logró desarrollar modelos

¹Universidad Nacional de Chimborazo, <https://orcid.org/0000-0002-4376-4380>.

²Universidad de las Fuerzas Armadas ESPE, <https://orcid.org/0000-0001-7762-2893>.

multivariados con técnicas estadísticas robustas para la predicción y clasificación de las propiedades influyentes en la calidad de los adoquines de hormigón, constituyendo una contribución significativa en el análisis de calidad en la infraestructura vial.

Palabras clave: Modelos de predicción y clasificación, densidades del adoquín de hormigón, resistencia a la tracción indirecta, porcentaje de absorción de agua

ABSTRACT: Concrete paving blocks are necessary for the construction of roads, sidewalks, and parking lots. The indirect tensile strength test is a starting point for their load resistance, and the absorption test indicates their weather resistance capacity, impermeability, and porosity. Therefore, predicting and classifying these properties through densities according to normative parameters provides better control in process optimization. The study uses the explanatory variables: fresh paving block density, dry paving block density, and water-saturated paving block density to classify and predict the response variables. The information was collected through tests on a representative sample, and after the corresponding data treatment, 287 paving block records were included in the analysis. Multivariate models such as multiple linear regression, logistic regression, decision trees, and neural networks were used; additionally, classification planes were plotted to visualize the behavior of the data regarding quality. The results show that for the prediction of indirect tensile strength, multiple linear regression using the saturated-fresh variables obtained a mean squared error of 0.142 and an $R_{adj}^2=0.705$; for the prediction of absorption percentage, the neural network with 1 hidden layer obtained a mean squared error of 0.284. Regarding the classification of indirect tensile strength, the neural network with one hidden layer of 3 neurons achieved an accuracy of 0.824 with the saturated-fresh variables; for the classification of absorption percentage, an accuracy of 0.826 was obtained with 1 hidden layer of 7 neurons using the dry-fresh variables. It is concluded that the research succeeded in developing multivariate models with robust statistical techniques for the prediction and classification of the influential properties in the quality of concrete paving blocks, constituting a significant contribution to quality analysis in road infrastructure.

Keywords: Prediction and classification models, Concrete paving block densities, Indirect tensile strength, Water absorption percentage

INTRODUCCIÓN

La máquina utilizada para la fabricación de adoquines de hormigón es una vibro compactadora la cual es alimentada con una mezcla de hormigón cuyos componentes son cemento, áridos, agua y aditivos, el resultado es un adoquín fresco y frágil, el cual posteriormente pasa al proceso de curado donde se endurece el material dando piezas de hormigón moldeadas y resistentes, estas piezas prefabricadas son colocadas en una cama de arena para ser utilizado en pavimentación. La norma (1) limitada para cilindros de hormigón fue la pionera para el ensayo de tracción indirecta.

En Uruguay el estudio realizado por (2) caracterizó las propiedades clave de los adoquines como la densidad en estado seco, la absorción de agua, la resistencia a la tracción y compresión, evidenciando correlaciones significativas entre las variables. En Ecuador la norma (3) del Servicio Ecuatoriano de Normalización indicaba la determinación de la resistencia a la compresión para medir su capacidad de resistir cargas, pero esta fue sustituida por la norma (4) la cual define a la resistencia a la tracción indirecta (MPa) y el porcentaje de absorción (%) como requisito para definir su calidad, lo cual da un indicativo de buena calidad a valores mayores a 3,6 MPa y menores 6% respectivamente. La investigación de (5) ilustra la forma en que los adoquines se fracturan normalmente al ser utilizados, resaltando que estos se dividen en el uso y no se desmoronan como en el ensayo de resistencia a la compresión. Estas dos características principales son indispensables para generar un producto de calidad, por lo que predecir y clasificar estas propiedades mediante densidades permitirá obtener una visión clara del producto para la construcción de vías y carreteras.

La presente investigación realizó la predicción y clasificación de la variable respuesta “resistencia a la tracción indirecta” expresada en (MPa) mediante las diferentes densidades del adoquín (densidad saturada, densidad seca, densidad fresca) las cuales se denominan variables explicativas, de igual forma se realizó la predicción y clasificación para la variable respuesta “porcentaje de absorción” expresado en porcentaje (%).

El estudio abarca diferentes estudios estadísticos multivariados para la clasificación y predicción de las variables respuestas, tomando un muestreo adecuado para inferir la población de estudio, el proceso para su análisis conlleva el estudio de datos atípicos, estudio descriptivo, comprobación de supuestos estadísticos, modelización y validación de los modelos.

Trabajos relacionados

Las investigaciones y artículos relacionados brindaron aportes relevantes al presente estudio, de acuerdo a (6) la resistencia a la tracción indirecta es una de las características más importante en los productos prefabricados de adoquín y está relacionado con el peso específico con una relación algorítmica y un R^2 de 0.59. Según el estudio de (7) la resistencia a la compresión y tracción son indicadores adecuados para medir la calidad del hormigón, la investigación realizada por (8) permite ver las relaciones existentes con diferentes propiedades de los adoquines, indicando que existe una alta correlación entre la absorción y la resistencia a la compresión, siendo importante la absorción de agua para definir criterios de calidad. El estudio de (9) muestra en diferentes muestras con hormigón reciclado, teja triturada y vidrio que la resistencia a la compresión aumenta y la absorción disminuye al aumentar la densidad lo cual es una condición de buena en calidad. El artículo de (10) realizó diferentes mezclas incorporando caucho con diferentes proporciones de agua/cemento, y concluyó que hubo una disminución de la densidad y resistencia al aumentar el contenido de caucho, lo cual concuerda con el estudio de (11) donde al incorporar caucho de llantas disminuye la resistencia de tracción indirecta y de compresión. Adicionalmente, el estudio de (12) preparó diferentes mezclas en cubos de hormigón variando la relación agua/cemento, tipos de curado, midiendo la resistencia a la compresión, absorción y permeabilidad, el estudio indica que el curado es mejor a una humedad relativa de 90% a 20°C.

El estudio de (13) utilizó redes neuronales para predecir la absorción y la resistencia a la tracción indirecta utilizando como información de entrada la edad, cantidad de partículas de óxido de zinc, cemento y agua, diferentes tipos de agregado y técnicas de curado, lo cual dió un R^2 mayores a 0.9 en los dos casos. La investigación realizada por (14) estudió el coeficiente de variación de la densidad y la variación de la resistencia a la tracción en la distribución de un pallet de adoquines de hormigón, obteniendo resultados de 1.4% y 15.6% respectivamente, concluyendo que la causa de la variación fue la compactación y llenado desigual en la fabricación, ya que el centro de la bandeja resulta en una mayor densidad. La investigación realizada por (15) investigó los métodos de clasificación y predicción clásicos y avanzados de utilidad en pavimentación, como regresión lineal y logística, modelos estocásticos, diseño de experimentos, series de tiempo, de machine learning como árboles de decisión y redes neuronales, también métodos no supervisados como análisis discriminante y análisis de componentes principales, análisis factorial y clusters, y da criterios para la selección del método más adecuado. En China el estudio realizado por (16) crea un modelo para la predicción de la resistencia a la compresión utilizando diferentes métodos como suport vector machine, algoritmo xgboost y random forest, tomando como información de entrada, la cantidad de cemento, áridos finos y gruesos, la edad, cenizas volantes dando un R^2 de 0.9. El estudio de (17) investigó modelos de árboles de decisión, bosques aleatorios y redes neuronales para la predicción de la resistencia a la tracción indirecta, dividiendo la base de datos en entrenamiento y validación, y las variables explicativas fueron la absorción, la densidad, cemento, agregados, agua, lo que mostró un mejor R^2 con el modelo de bosques aleatorios.

La presente investigación tiene como objetivo desarrollar modelos multivariados para la clasificación y predicción de la absorción de agua y la resistencia a tracción indirecta en adoquines de hormigón, utilizando como variables explicativas las densidades del adoquín en el estado fresco, seco y saturado de agua. Para lo cual, se evalúa el rendimiento de los modelos mediante el error cuadrático medio en la predicción y la exactitud en la clasificación, tomando como umbrales de referencia valores establecidos por la normativa ecuatoriana, 3,6 MPa para la resistencia a la tracción indirecta y 6 % para el porcentaje de absorción.

MATERIALES Y MÉTODOS

3.1. Diseño del estudio

El estudio se diseñó mediante el análisis de una muestra aleatoria y representativa de un lote de producción del adoquín vehicular, se registraron los valores de densidad al salir de la máquina vibro compactadora en estado fresco, posteriormente en estado saturado de agua y seco, tomando las propiedades de absorción y luego la resistencia a la tracción indirecta. Se analizó multidimensionalmente las relaciones mediante el software R Studio para el análisis estadístico y aprendizaje automático para la clasificación y predicción de estas propiedades ocupando métodos como regresión logística, regresión lineal múltiple, árboles de decisión y redes neuronales, el rendimiento de los modelos fueron comparados mediante el error cuadrático medio para la predicción y la exactitud para la clasificación.

Los parámetros de ajuste de los modelos empleados en esta investigación se seleccionaron mediante un proceso de optimización basado en el rendimiento predictivo y clasificatorio. Para los modelos de regresión lineal múltiple, los coeficientes fueron estimados mediante el método de mínimos cuadrados ordinarios, que minimiza la suma de los cuadrados de los residuos para obtener los parámetros que mejor ajustan la relación lineal entre las densidades y las variables respuesta. En el caso de la regresión logística, los parámetros se estimaron utilizando el método de máxima verosimilitud optimizando la función de verosimilitud para obtener las probabilidades que mejor clasifican los adoquines según los umbrales de calidad establecidos. Los modelos basados en árboles de decisión, las divisiones se determinaron mediante la reducción del error cuadrático medio en predicción y el índice de Gini en clasificación, seleccionando las reglas que mejor separan los grupos, por lo que iterativamente se seleccionó el número de nodos terminales que optimizaron su rendimiento. Finalmente, para las redes neuronales artificiales, los pesos y sesgos se estimaron mediante el algoritmo de descenso del gradiente y la retro propagación de los errores, lo cual ajusta iterativamente los parámetros hasta minimizar la función de costo en las etapas de entrenamiento. El número de capas ocultas se determinó mediante un análisis de componentes principales para explicar más del 95% de la varianza. Posteriormente, se iteró sobre diferentes configuraciones de neuronas en la capa, evaluando en cada caso el error cuadrático medio para la predicción y la exactitud para la clasificación. Este proceso de estimación garantizó que cada modelo optimice sus parámetros internos según su estructura teórica y naturaleza estadística.

3.2. Muestra y variables

La presente investigación, estudió diferentes métodos para la clasificación y predicción del “porcentaje de absorción” y “resistencia a la tracción indirecta” las cuales son las variables respuesta del estudio y se analizó una muestra aleatoria y representativa con 287 adoquines para el análisis. Utilizando el software G*Power mediante el análisis múltiple de 3 variables explicativas, con un tamaño del efecto de 0.07, una potencia estadística de 0.95. Para la clasificación y predicción de las variables respuestas se usa como variables de entrada la densidad del adoquín fresco en conjunto con la densidad del adoquín saturado y la densidad del adoquín seco expresados en kg/m^3 .

Porcentaje de absorción, %: La norma NTE INEN 3040 (2016) de Ecuador indica que el porcentaje de absorción debe realizarse mediante el procedimiento de ensayo y este es expresado en porcentaje (%), se tomará en consideración el parámetro de 6% como clasificatorio para indicar en el estudio baja absorción y alta absorción.

Resistencia a la tracción indirecta, MPa: La norma NTE INEN 3040 (2016) de Ecuador indica que la resistencia a la tracción indirecta debe realizarse mediante el procedimiento de ensayo y este es expresado en MPa, se tomará en consideración el parámetro de 3.6 MPa como clasificatorio para indicar en el estudio un alta resistencia o baja resistencia.

Densidades del adoquín, kg/ m³: La densidad del adoquín fresco es la masa del adoquín al salir del proceso del vibro compactado dividido para su volumen, de igual forma la densidad saturado se obtiene al sumergir el adoquín por 3 días hasta masa constante y la densidad seca al secarle el adoquín por 3 días hasta masa constante, las masas obtenidas en kg se dividen para su volumen (m³)

3.3. Métodos estadísticos

Distancia Mahalanobis: La distancia de Mahalanobis es una medida de distancia multivariada, lo cual indica que considera el comportamiento conjunto de todas las variables, esta distancia sigue una distribución chi-cuadrado, con p grados de libertad $D^2 \sim X_p^2$ (18) . Según (19) si la matriz de covarianza es la identidad esta se convierte en una distancia euclidiana. La distancia de Mahalanobis representa lo lejos que esta un punto de datos al centro de una distribución por lo que toma en cuenta la forma y la distancia al centroide (20).

$$D^2 = (X - \mu)^T \Sigma^{-1} (X - \mu) \quad (1)$$

Donde X es un vector con p variables, Σ representa la matriz de covarianza y μ es el vector de medias.

Regresión lineal múltiple: La regresión lineal múltiple es una técnica que relaciona una variable respuesta Y dependiente con múltiples variables independientes X variables explicativas, para las i observaciones de p variables se expresa como $Y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \dots + \beta_p x_{pi} + e_i$, donde e es el error (residuo) del modelo, el término expresado matricialmente es $Y = X\beta + e$ y los coeficientes se calculan mediante mínimos cuadrados ordinarios minimizando la suma de los cuadrados de los errores: $\hat{\beta} = (X^T X)^{-1} X^T Y$ donde X es la matriz de las variables explicativas, Y es el vector de la variable respuesta, β el vector de coeficientes y e el vector de residuos. La prueba t de Student se utiliza para conocer si los coeficientes poblacionales son significativamente diferentes de cero, en caso de rechazarse la hipótesis nula se concluye que la variable explicativa evaluada tiene un efecto estadísticamente significativo sobre la variable respuesta.

Regresión logística: Según (21) la regresión logística modela el logaritmo de la probabilidad del evento de la variable respuesta (p) como una función lineal, la ecuación (2) a continuación expresa el modelo, donde z es el número de variables explicativas que se analizan.

$$\log\left(\frac{p}{1-p}\right) = \beta_0 + \beta_1 x_0 + \dots + \beta_z x_z \quad (2)$$

La ecuación expresada en una función sigmoidea restringe la estimación de probabilidad en valores entre 0 y 1 como se ve en la ecuación a continuación.

$$p = \frac{1}{1 + \exp[-(\beta_0 + \beta_1 x_0 + \dots + \beta_z x_z)]} \quad (3)$$

Árboles de decisión: De acuerdo a (22) el árbol de decisión se utiliza para clasificación como para la predicción, gráficamente se ve una estructura de árbol que intuitivamente cada división crea un camino hacia la hoja más probable que indica el resultado según el modelo. Cuando el árbol predice se realiza subdivisiones de la base de datos de acuerdo a criterios del error cuadrático medio, calculando un valor promedio en las observaciones de entrenamiento del nodo para hallar el valor predicho en cada hoja (21). Para clasificación se ocupa el índice de Gini midiendo la impureza de cada nodo y se elige la división que mejor la reduce.

El parámetro de ajuste ocupado fue en la optimización del error cuadrático medio en la predicción y la exactitud en la clasificación mediante la iteración de diferentes nodos terminales.

Análisis de componentes principales: Según (23) el análisis de componentes principales es un método para reducir dimensiones (variables), mediante transformaciones ortogonales genera un grupo de variables (nuevas) con menos dimensiones llamadas componentes principales no correlacionadas manteniendo la mayor información o variabilidad. Se realiza una estandarización de los datos calculando la matriz de correlación y de covarianza, se obtiene los vectores y valores propios, y se eligen los vectores propios que representan la mejor variabilidad de la base, (24) indica que cada componente principal se calcula de acuerdo a $z = A^T X^*$ donde X^* son las variables estandarizadas y A es la matriz de correlación. De acuerdo a (25) los modelos de redes neuronales se pueden complementar con la técnica de análisis de componentes principales para conocer el número de capas ocultas necesarias en el diseño.

Redes neuronales artificiales. Según (22) las redes neuronales se implementaron por Walter Pitts y McCulloch en 1943, pero fue en 1986 que se crea un algoritmo llamado descenso del gradiente lo cual conlleva un avance significativo en el entrenamiento. Las redes neuronales son estructuras que se forman por una capa de entrada donde se introducen las variables independientes (explicativas), luego esta información entra a un grupo de neuronas interconectadas y agrupadas en capas denominadas capas ocultas, para luego terminar en una capa de salida que genera la clasificación o predicción del modelo. Cada conexión entre neuronas se asocia un peso, que se ajusta en el entrenamiento, y cada neurona aplica una regresión lineal múltiple dentro de la función de activación lo cual permite capturar relaciones no lineales del modelo, según los parámetros que se definan como número de neuronas, número de capas, función de activación utilizada y proceso de optimización se puede entrenar el modelo. De acuerdo a (26) la eficacia de las redes neuronales radica en su combinación de múltiples neuronas ya que combina múltiples cálculos con regresiones lineales múltiples, y en conjunto con la función de activación permite clasificar o predecir en una base de datos compleja.

RESULTADOS

Los datos obtenidos fueron analizados mediante una muestra aleatoria y representativa la cual se procedió a la detección de valores atípicos mediante la distancia de Mahalanobis, considerando todas las variables para identificar observaciones extremas que pudieran afectar la regresión y la clasificación, influyendo en las varianzas, vectores de medias y matrices de

covarianzas. Se conservó para el análisis el 99,9 % del área bajo la curva de la distribución Chi-cuadrado con 5 grados de libertad, mientras que el 0,1 % restante fue excluido. Este procedimiento identificó 13 registros atípicos, equivalentes al 4,3 % del total de la base de datos, los cuales fueron eliminados. Tras este tratamiento de los datos, 287 registros de adoquines fueron finalmente incluidos en la investigación.

En la Figura 1 se indica los valores de la distancia de Mahalanobis para cada registro, con lo cual se puede observar que los valores superiores al punto de corte de 15.08 son considerados como atípicos.

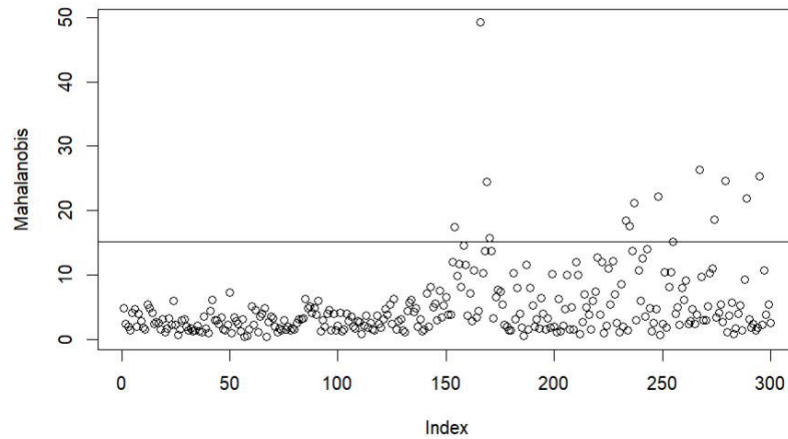
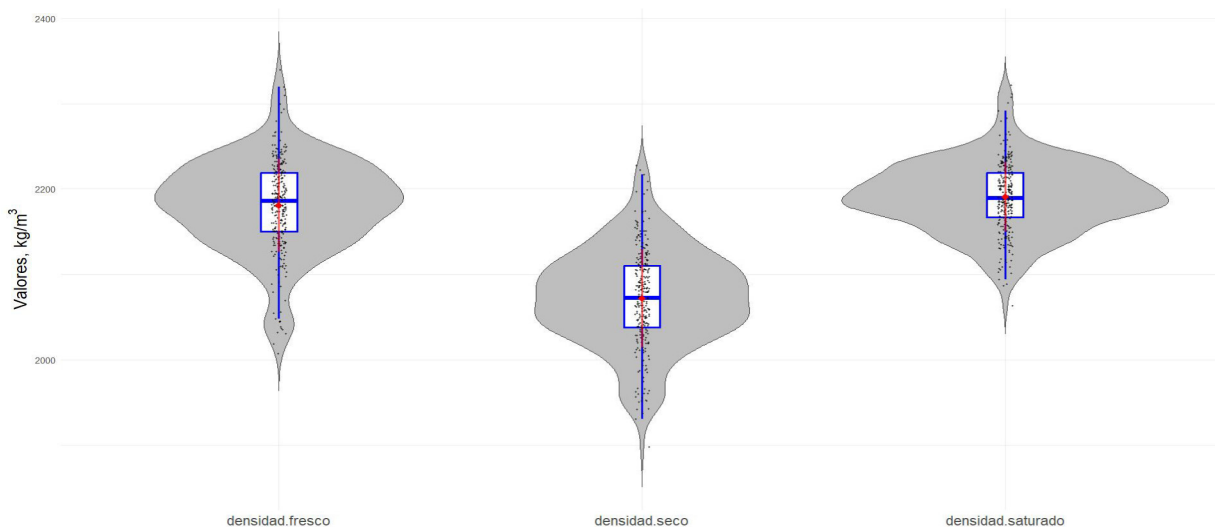


Figura 1. Distancia de Mahalanobis.

A continuación, se observa diagramas de violín de las variables estudiadas, se puede apreciar la función de densidad de cada variable en conjunto con su boxplot para distinguir los cuartiles correspondientes, el punto en rojo de cada diagrama indica la media de los datos muestrales y la línea del mismo color su desviación estándar hacia los lados.



MODELOS MULTIVARIADOS PARA LA CLASIFICACIÓN Y PREDICCIÓN DE LA ABSORCIÓN Y RESISTENCIA A LA TRACCIÓN INDIRECTA MEDIANTE DENSIDADES EN ADOQUINES DE HORMIGÓN

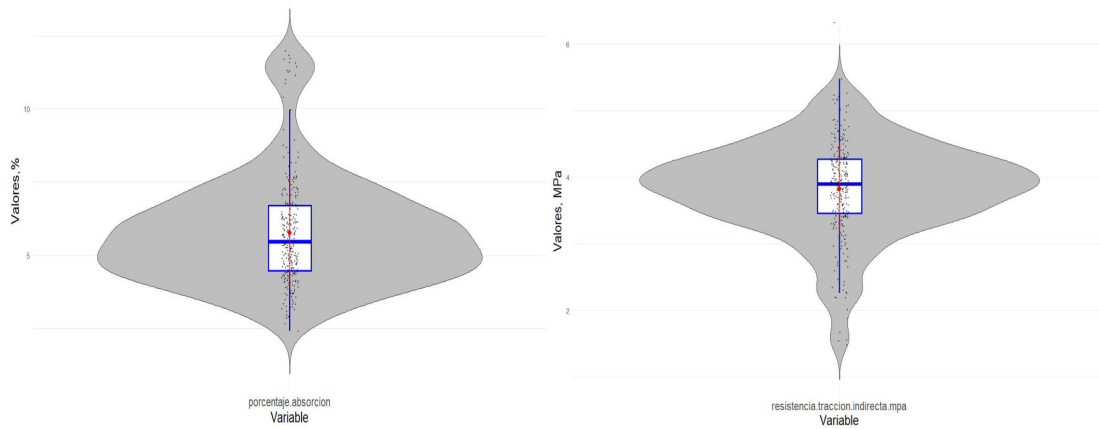
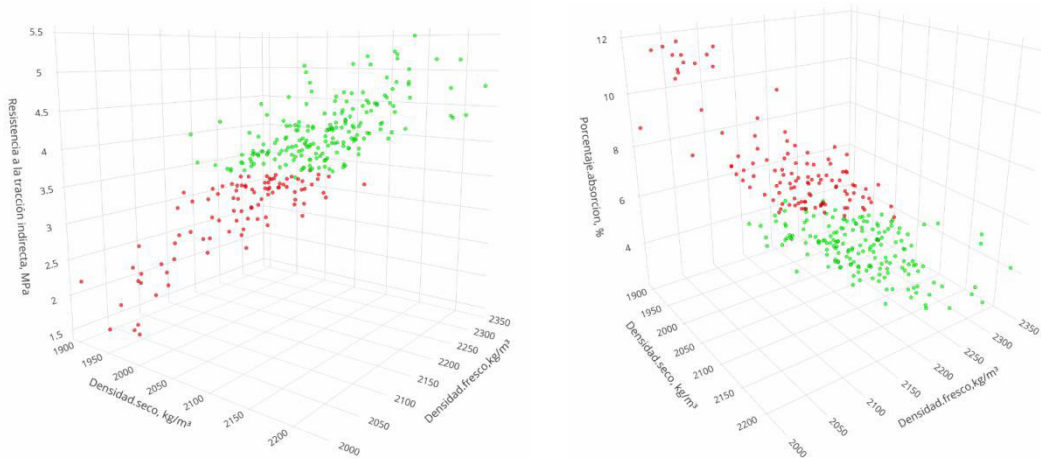


Figura 2. Diagrama de violín de variables explicativas y respuesta.

En las siguientes gráficas se puede observar el comportamiento tridimensional de la clasificación de la absorción y la resistencia a la tracción indirecta con las diferentes densidades del hormigón, donde los puntos verdes indican una condición de alta resistencia y baja absorción del adoquín de hormigón.

A continuación, en la figura 3 se muestran los diagramas de puntos de la variable respuesta en conjunto con las variables explicativas para cada caso, los puntos en verde muestran la clasificación según la condición de alta calidad del adoquín: para el porcentaje de absorción del adoquín el punto de corte para la clasificación es 6% y para la resistencia a la tracción indirecta 3.6 MPa.



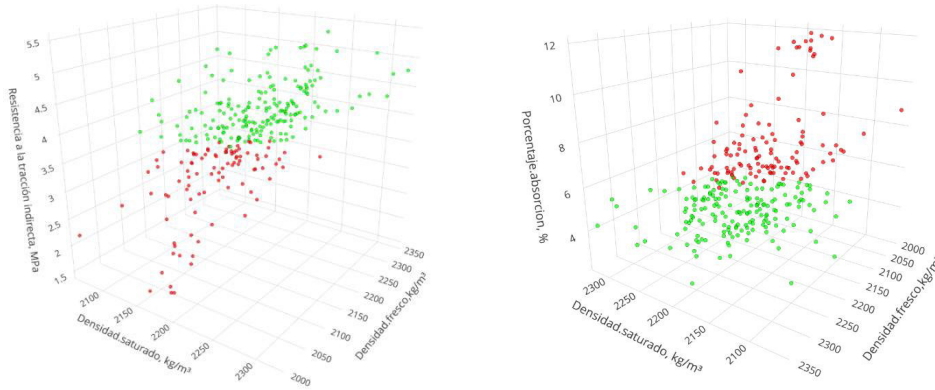


Figura 3. Diagrama de puntos tridimensional de las variables.

Regresión lineal múltiple (MLR)

Variables explicativas (densidad del adoquín seco y densidad del adoquín fresco):

Para la predicción de la resistencia a la tracción indirecta, el modelo de regresión lineal múltiple mediante las variables explicativas densidad en seco y densidad en fresco obtuvieron un valor significativo en la prueba T, con un $R_{adj}^2 = 0.664$ y un error cuadrático medio de 0.161 para la predicción de la resistencia a la tracción indirecta, el modelo cumplió los supuestos estructurales de normalidad, homocedasticidad e independencia en los residuos de cada modelo. Para la predicción del porcentaje de absorción no se obtuvo significancia estadística con un 95% de nivel de confianza.

$$\begin{aligned} \text{Resistencia a la tracción indirecta} = & (-18.741334) + \\ & (0.003773) \text{ densidad_seco} + \\ & (0.006759) \text{ densidad_fresco} \end{aligned} \quad (4)$$

Variables explicativas (densidad del adoquín en saturación y densidad del adoquín fresco):

Para la predicción de la resistencia a la tracción indirecta, el modelo de regresión lineal múltiple mediante las variables explicativas densidad en saturado y densidad en fresco obtuvieron un valor significativo en la prueba T, con un $R_{adj}^2=0.7051$ y un error cuadrático medio de 0.142. Para la predicción del porcentaje de absorción se obtiene significancia estadística en los coeficientes con un $R_{adj}^2 = 0.710$ y un error cuadrático medio de 1.073. Todos los modelos cumplieron los supuestos estructurales de normalidad, homocedasticidad e independencia en los residuos del modelo.

$$\begin{aligned} \text{Porcentaje de absorción} = & (28.651773) + \\ & (0.029142) \text{ densidad_saturado} + \end{aligned}$$

$$(5) \quad (-0.039786) \text{ densidad_fresco}$$
$$\text{Resistencia a la tracción indirecta} = (-13.3759) +$$
$$(-0.005130) \text{ densidad_saturado} +$$
$$(0.013041328) \text{ densidad_fresco}$$

(6)

Regresión logística múltiple

Las unidades muestrales fueron clasificados de acuerdo a criterios de calidad del adoquín de hormigón, un adoquín de alta calidad obtendrá valores menores al 6% en el porcentaje de absorción y valores superiores a 3.6 MPa en la resistencia a la tracción indirecta.

Clasificadores (densidad del adoquín seco y densidad del adoquín fresco):

Para la clasificación de la resistencia a la tracción indirecta, el modelo de regresión logística para las variables clasificadoras densidad en seco y densidad en fresco obtuvo un valor significativo en la prueba T, con una exactitud del 0.792 para la clasificación de la resistencia a la tracción indirecta, y para la clasificación del porcentaje de absorción no se obtuvo significancia estadística con un 95% de nivel de confianza en la prueba T.

A continuación, se puede observar la línea de clasificación mediante el modelo de regresión logística bidimensional de las variables clasificadoras densidad en seco y densidad en fresco, los puntos verdes indican una alta calidad en los adoquines de hormigón de acuerdo a la resistencia a la tracción indirecta.

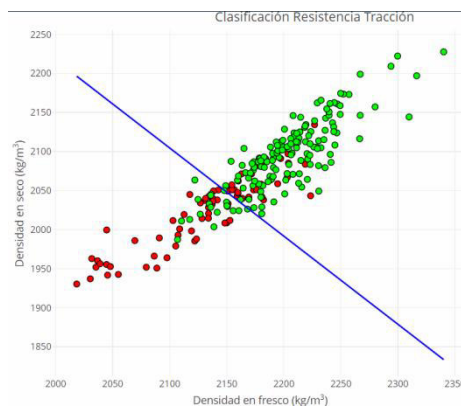


Figura 4. Diagrama de puntos bidimensional para las variables clasificadoras Densidad en seco y Densidad en fresco del modelo de regresión logística para la clasificación de la resistencia a la tracción indirecta.

Clasificadores (densidad del adoquín en saturación y densidad del adoquín fresco)

Para la clasificación de la resistencia a la tracción indirecta, el modelo de regresión logística múltiple para las variables clasificadoras densidad_saturado y densidad_fresco obtuvieron un valor significativo en la prueba T, con una exactitud de 0.811 para la clasificación de la resistencia a la tracción indirecta. Para la clasificación del porcentaje de absorción se obtiene significancia estadística en los coeficientes estadísticos, y se obtuvo una exactitud de 0.784. En la figura siguiente se puede observar bidimensionalmente las variables clasificadoras en conjunto con la línea de clasificación del modelo de regresión logística

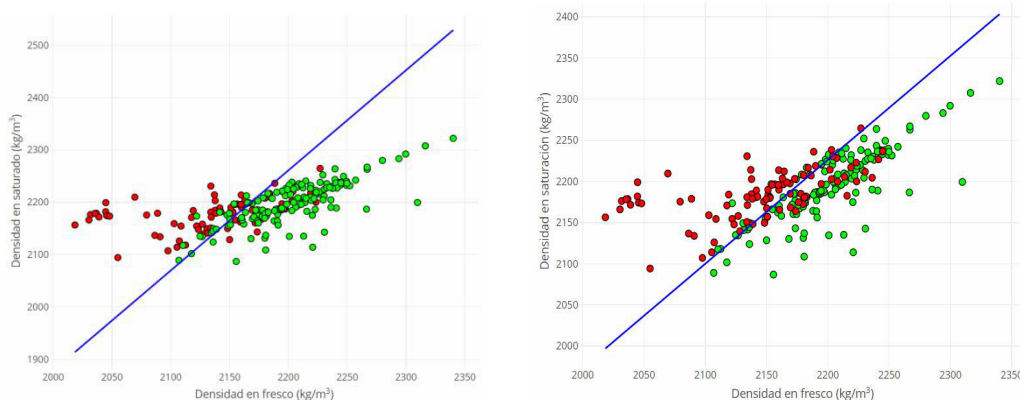


Figura 5 Diagrama de puntos bidimensional para las variables clasificadoras Densidad en saturado y Densidad en fresco del modelo de regresión logística para la clasificación de la resistencia a la tracción indirecta (izquierda) y el porcentaje de absorción (derecha).

Árbol de regresión

Variables explicativas (densidad en seco y densidad en fresco)

El tamaño óptimo se calculó en 7 nodos terminales (hojas), para las variables explicativas densidad en seco y densidad en fresco obteniendo un error cuadrático medio de 0.184 para la predicción de la resistencia a la tracción indirecta, y para la predicción del porcentaje de absorción se obtuvo un error cuadrático medio de 1.466.

A continuación, se puede observar el árbol de predicción de la resistencia a la tracción indirecta (izquierda) y el porcentaje de absorción (derecha)

MODELOS MULTIVARIADOS PARA LA CLASIFICACIÓN Y PREDICCIÓN DE LA ABSORCIÓN Y RESISTENCIA A LA TRACCIÓN INDIRECTA MEDIANTE DENSIDADES EN ADOQUINES DE HORMIGÓN

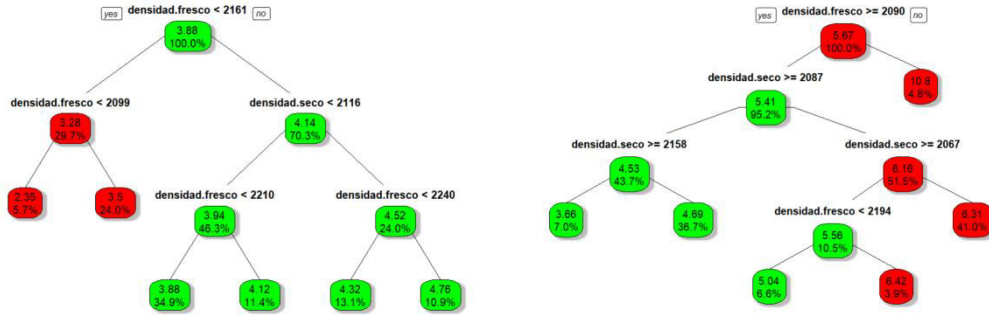


Figura 6. Árbol de regresión y plano tridimensional para las variables explicativas densidad en seco y densidad en fresco del modelo para predicción de la resistencia a la tracción indirecta (izquierda) y el porcentaje de absorción (derecha).

Variables explicativas (densidad en saturado y densidad en fresco)

El modelo de árbol de regresión para las variables explicativas densidad en saturado y densidad en fresco obtuvieron un error cuadrático medio de 0.179 para la predicción de la resistencia a la tracción indirecta y para la predicción del porcentaje de absorción se obtuvo un error cuadrático medio de 1.465.

A continuación, se puede observar el árbol de predicción de la resistencia a la tracción indirecta (izquierda) y el porcentaje de absorción (derecha).

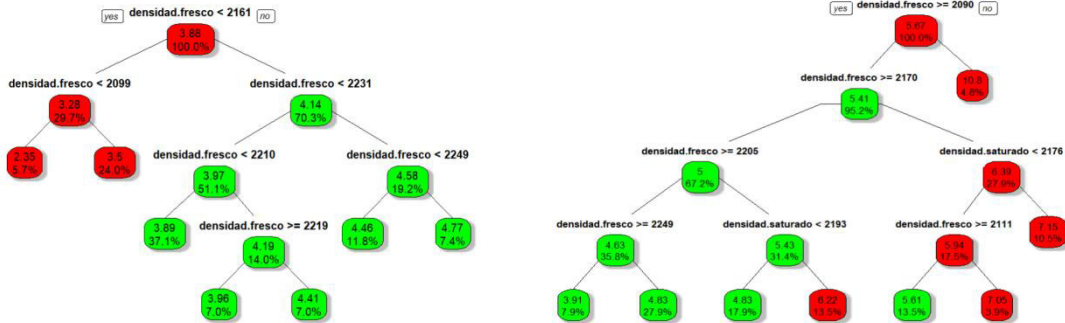


Figura 7. Árbol de regresión y plano tridimensional para las variables explicativas densidad en saturado y densidad en fresco del modelo para predicción de la resistencia a la tracción indirecta (izquierda) y el porcentaje de absorción (derecha).

Árbol de clasificación

Clasificadores (densidad del adoquín seco y densidad del adoquín fresco)

El tamaño óptimo de los árboles de clasificación se calcularon con 8 hojas terminales, para las variables clasificadoras densidad en seco y densidad en fresco obteniendo una exactitud de 0.779 para la clasificación de la resistencia a la tracción indirecta, y para la clasificación del porcentaje de absorción 0.761.

A continuación, se puede observar el diagrama bidimensional de la variables clasificadoras del modelo de árbol de clasificación de la resistencia a la tracción indirecta (izquierda) y el porcentaje de absorción (derecha), el fondo verde muestra la clasificación del modelo según el criterio de alta calidad del adoquín.

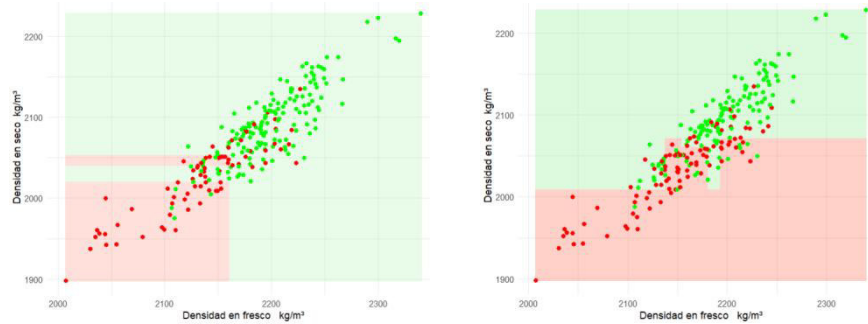


Figura 8 Modelo bidimensional del modelo de árbol de clasificación para las variables explicativas densidad en seco y densidad en fresco para la clasificación de la resistencia a la tracción indirecta (izquierda) y el porcentaje de absorción (derecha).

Clasificadores (densidad del adoquín en saturación y densidad del adoquín fresco)

Para la clasificación de la resistencia a la tracción indirecta el tamaño óptimo de los árboles de clasificación se calcularon con 8 hojas terminales, obteniendo una exactitud de 0.792, y para la clasificación del porcentaje de absorción se obtiene una exactitud de 0.752. A continuación, se puede observar el diagrama bidimensional de la variables clasificadoras del modelo de árbol de clasificación de la resistencia a la tracción indirecta (izquierda) y el porcentaje de absorción (derecha), el fondo verde muestra la clasificación del modelo según el criterio de alta calidad del adoquín.

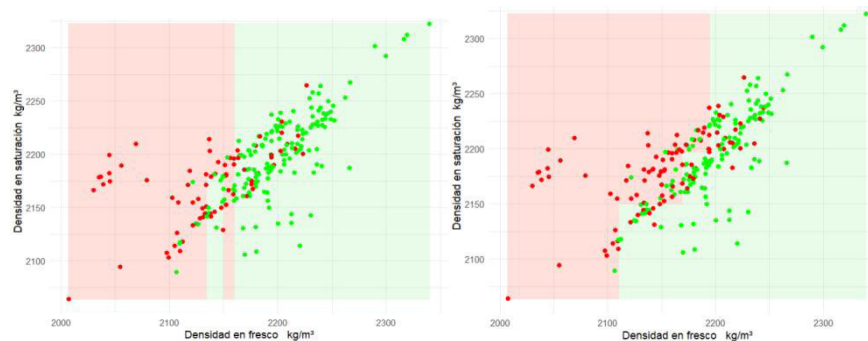


Figura 9. Esquema bidimensional del modelo de árbol de clasificación para las variables explicativas densidad en saturado y densidad en fresco para la clasificación de la resistencia a la tracción indirecta (izquierda) y el porcentaje de absorción (derecha).

Redes Neuronales de predicción

Variables explicativas (densidad en seco y densidad en fresco):

El número de capas ocultas se calculó mediante el análisis de componentes principales donde se evidenció que un componente principal explica el 95.6% de la varianza por lo que se ocupa 1 capa oculta para el análisis con redes neuronales, el modelo de predicción se realizó mediante la función de activación sigmoide logística, con diferentes neuronas (1,3,5,7,10) para las variables explicativas densidad en seco y densidad en fresco obteniendo un error cuadrático medio de (0.327 , 0.323, 0.329 , 0.329 , 0,328) para la predicción de la resistencia a la tracción indirecta, y para la predicción del porcentaje de absorción se obtuvo un error cuadrático medio de (0.429 , 0.366, 0.373 , 0.367 , 0,368).

Variables explicativas (densidad del adoquín saturado y densidad del adoquín fresco):

Utilizando las variables explicativas densidad en saturado y densidad en fresco, se modelo la red neuronal utilizando con 1 capa oculta , con diferentes neuronas (1,3,5,7,10) con la función de activación sigmoide logística, obteniendo un error cuadrático medio de (0.296 , 0.308, 0.313 , 0.298 , 0.300) para la predicción de la resistencia a la tracción indirecta y para la predicción del porcentaje de absorción se obtuvo un error cuadrático medio de (0.284 , 0.288, 0.290 , 0.294 , 0,294) correspondiente a 1,3,5,7,10 neuronas.

Redes Neuronales de clasificación

Clasificadores (densidad en seco y densidad en fresco):

La red neuronal para clasificación se realizó con 1 capa oculta usando la función de activación sigmoidea logística, con diferentes neuronas (1,3,5,7,10) para las variables clasificadoras densidad en seco y densidad en fresco obteniendo una exactitud de (0.767 , 0.784, 0.791 , 0.786 , 0,788), y para la clasificación del porcentaje de absorción se obtuvo una exactitud de (0.821 , 0.822, 0.817 , 0.826 , 0,821) respectivamente.

A continuación se puede observar el diagrama bidimensional de la variables clasificadoras del modelo de red neuronal para la clasificación de la resistencia a la tracción indirecta (izquierda) con 5 neuronas y el porcentaje de absorción (derecha) con 7 neuronas, el fondo verde muestra la clasificación del modelo según el criterio de alta calidad del adoquín.

MODELOS MULTIVARIADOS PARA LA CLASIFICACIÓN Y PREDICCIÓN DE LA ABSORCIÓN Y RESISTENCIA A LA TRACCIÓN INDIRECTA MEDIANTE DENSIDADES EN ADOQUINES DE HORMIGÓN

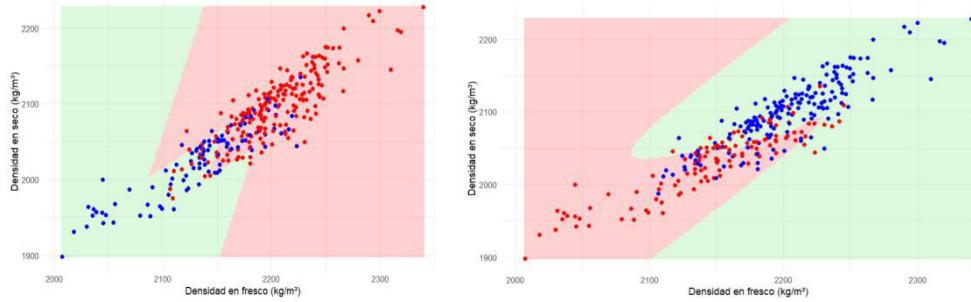


Figura 10. Esquema bidimensional del modelo de red neuronal con 1 capa oculta mediante las variables de entrada densidad en seco y densidad en fresco para la clasificación de la resistencia a la tracción indirecta con 5 neuronas (izquierda) y el porcentaje de absorción con 7 neuronas (derecha).

Clasificadores (densidad del adoquín saturado y densidad del adoquín fresco)

La red neuronal para clasificación se realizó con 1 capa oculta usando la función de activación sigmoidea logística, con diferentes neuronas (1,3,5,7,10) para las variables clasificadoras densidad en seco y densidad en fresco obteniendo una exactitud de (0.819 , 0.824, 0.824 , 0.812 , 0.816) , y para la clasificación del porcentaje de absorción se obtuvo una exactitud de (0.759 , 0.759, 0.752 , 0.753 , 0.757) respectivamente.

A continuación se puede observar el diagrama bidimensional de la variables clasificadoras del modelo de red neuronal para la clasificación de la resistencia a la tracción indirecta (izquierda) con 3 neuronas y el porcentaje de absorción (derecha) con 1 neuronas, el fondo verde muestra la clasificación del modelo según el criterio de alta calidad del adoquín.

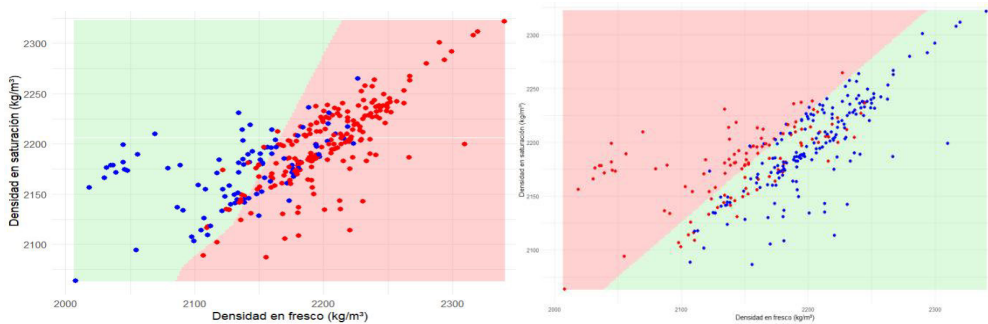


Figura 11. Esquema bidimensional del modelo de red neuronal con 1 capa oculta mediante las variables de entrada densidad en saturado y densidad en fresco para la clasificación de la resistencia a la tracción indirecta con 3 neuronas (izquierda) y el porcentaje de absorción con 1 neurona (derecha).

MODELOS MULTIVARIADOS PARA LA CLASIFICACIÓN Y PREDICCIÓN DE LA ABSORCIÓN Y RESISTENCIA A LA TRACCIÓN INDIRECTA MEDIANTE DENSIDADES EN ADOQUINES DE HORMIGÓN

Tabla 1. Error cuadrático medio para la predicción de la resistencia a la tracción indirecta y el porcentaje de absorción.

Variable explicativa (X) Método	Error cuadrático Medio ECM			
	ECM para la resistencia a la tracción indirecta		ECM para el porcentaje de absorción	
	Densidades Seco – Fresco (X)	Densidades Saturado - Fresco (X)	Densidades Seco - Fresco (X)	Densidades Saturado - Fresco (X)
Regresión lineal Múltiple	0,161	0,142	-	1,073
Árbol de regresión	0,184	0,179	1,466	1,465
Redes neuronales (1 capa oculta)	0,323 (3)	0,296 (1)	0,366 (3)	0,284(1)

(*) Número de neuronas en el modelo de red neuronal

Tabla 2. Exactitud de clasificación de la resistencia a la tracción indirecta y el porcentaje de absorción.

Clasificador (X) Método	Exactitud (Accuracy)			
	Exactitud para la clasificación de la resistencia a la tracción indirecta		Exactitud para la clasificación del porcentaje de absorción	
	Densidad Seco – Fresco (X)	Densidad Saturado - Fresco (X)	Densidad Seco - Fresco (X)	Densidad Saturado – Fresco (X)
Regresión logística múltiple	0.792	0.811	-	0.784
Árbol de clasificación	0.779	0.792	0.761	0.752
Redes neuronales	0.791 (5)	0,824 (3)	0,826 (7)	0,759 (1)

(1 capa oculta)				
-----------------	--	--	--	--

(*) Número de neuronas en el modelo de red neuronal

DISCUSIÓN

La investigación permitió predecir y clasificar la resistencia a la tracción indirecta y la absorción mediante 287 adoquines de hormigón, para la predicción y clasificación de la resistencia a la tracción indirecta y el porcentaje de absorción mediante las variables de densidad en estado fresco, seco y saturado.

El modelo lineal no logró explicar adecuadamente la variabilidad del porcentaje de absorción para la predicción mediante las densidades del adoquín lo cual se puede observar en la tabla 1, y esto sugiere una relación no lineal de esta propiedad con las variables evaluadas. Para la predicción de la resistencia a la tracción indirecta mediante la densidad saturada – fresca se alcanzó valores de ($R_{adj}^2=0.7051$ y ECM 0.1422), este desempeño sugiere que la resistencia aumenta de manera proporcional con el incremento en la densidad del material, concordando con lo reportado por estudios previos (6), (9), (27) que asocian densidades más altas con un acomodamiento más compacto de los agregados y, por ende, una menor porosidad y mayor resistencia.

Respecto a los modelos de clasificación, la regresión logística múltiple mostró valores de exactitud superiores al 80 % tanto para la resistencia como para la absorción cuando se emplearon como variables de entrada la densidad saturada y la densidad fresca. Este hallazgo indica que dichas densidades constituyen buenos discriminantes para establecer categorías de calidad en los adoquines, basado en los umbrales definidos por la norma INEN 3040 (≥ 3.6 MPa para tracción indirecta y ≤ 6 % para absorción). De manera similar, los modelos basados en Árboles de decisión alcanzaron exactitudes en torno al 79 %, confirmando su utilidad como herramienta de clasificación interpretable para entornos productivos donde se requiere simplicidad en la visualización de resultados.

De acuerdo a (28), el análisis de componentes principales permitió identificar el número de capas que explican la mayor variabilidad de los datos, dando como resultado que 1 capa representa el 95% de la variabilidad de los datos, y los modelos de redes neuronales artificiales superaron en general el desempeño del método para la predicción del porcentaje de absorción con variables explicativas de entrada densidad saturada y densidad fresca alcanzando un error cuadrático medio mínimo de 0.284, y en la clasificación exactitudes de 0.824 para la resistencia y 0.826 para la absorción. Este mejor desempeño puede explicarse porque las redes neuronales son capaces de capturar relaciones no lineales complejas entre las densidades y las propiedades mecánicas o físicas de los adoquines, lo que resulta apropiado cuando las interacciones entre variables no siguen patrones estrictamente lineales. Sin embargo, se señala que, aunque las redes neuronales ofrecen mayor precisión, requieren una adecuada selección de hiperparámetros para evitar sobreajustes y garantizar su generalización.

El análisis conjunto de los resultados permitió inferir que la densidad del adoquín, especialmente en estado saturado y fresco, constituyen variables explicativas robustas tanto de la resistencia a la tracción indirecta como de la absorción, lo cual tiene importantes implicaciones prácticas. La posibilidad de estimar estas propiedades críticas mediante mediciones de densidad permitiría implementar controles de calidad no destructivos, tales como puntos de pesaje del adoquín por lote de producción, reduciendo tiempos y costos asociados a ensayos mecánicos tradicionales. De la misma forma, la clasificación automatizada basada en modelos multivariados contribuiría a estandarizar la calidad del producto final constituyendo un aporte significativo hacia la modernización y tecnificación, promoviendo procesos más eficientes, confiables y sostenibles.

CONCLUSIONES

La presente investigación permitió evaluar la calidad de adoquines de hormigón mediante técnicas multivariadas de análisis, predicción y clasificación, tomando como variables explicativas sus densidades en estado fresco, seco y saturado, y como variables respuesta la resistencia a la tracción indirecta y el porcentaje de absorción de agua. A partir de una muestra representativa con 287 adoquines de análisis, fue posible generar información estadísticamente robusta que evidencia el potencial de aplicar herramientas avanzadas de análisis de datos para el control de calidad de prefabricados de hormigón.

Los resultados obtenidos demuestran que conforme aumenta la densidad existen mayores valores de resistencia a la tracción indirecta y menores valores de absorción de agua. Este hallazgo confirma que la densidad es un indicador clave de la calidad del producto, en la figura 3 se muestran que las zonas de mayor densidad se agruparon con los puntos correspondientes a condiciones de alta calidad.

De acuerdo a la tabla 1 el mejor método para la predicción de la resistencia a la tracción indirecta fue mediante regresión lineal múltiple, el cual mostró un mejor comportamiento mediante las variables explicativas densidad en saturación y densidad del adoquín fresco obteniendo un error cuadrático medio de 0,142 y un $R_{adj}^2 = 0.7051$. Para la predicción del porcentaje de absorción el mejor método fue la red neuronal con 1 capa oculta con 1 neurona dando un error cuadrático medio de 0.284 mediante las variables explicativas densidad en saturado y densidad en fresco.

El mejor método para la clasificación de la resistencia a la tracción indirecta de acuerdo a la tabla 2 fue la red neuronal con una capa oculta con 3 neuronas obteniendo una exactitud de 0.824 con las variables explicativas densidad en saturado y densidad en fresco. Para la clasificación del porcentaje de absorción el mejor método se obtuvo mediante la red neuronal de 1 capa oculta de 7 neuronas dando una capacidad de clasificación en exactitud de 0.826 con las variables explicativas densidad en seco y densidad en fresco.

Los modelos evaluados permitieron entender el comportamiento de los datos y la estructura de los modelos tanto para predicciones como para clasificaciones. La investigación demuestra que es factible implementar un sistema de evaluación de calidad basado en la combinación de datos densimétricos y métodos de modelización multivariada, sin necesidad de recurrir exclusivamente a ensayos destructivos. Este enfoque tiene el potencial de optimizar los tiempos de control de calidad en empresas de producción, reducir los costos operativos, minimizar la variabilidad entre lotes y garantizar el cumplimiento de los requisitos normativos establecidos, fortaleciendo así la confiabilidad del producto destinado a pavimentación de vías.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. ASTM C496. Method for Splitting Tensile Strength of Cylindrical Concrete Specimens. 2002.
2. Vila, P. ; Pereyra MN. Propiedades físico-mecánicas de adoquines de hormigón producidos en Uruguay. *Revista Hormigón*,. 2025;23–45.
3. INEN 1485. Determinacion de la resistencia a la compresión. 1986.
4. NTE INEN 3040. Adoquines de hormigón. Requisitos y métodos de ensayo. 2016.
5. Purwanto P, Priastivi Y. TESTING OF CONCRETE PAVING BLOCKS THE BS EN 1338:2003 BRITISH AND EUROPEAN STANDARD CODE. *Teknik*. 2008 Jan 1;29.
6. Haktanir T, Ari K. Splitting strength and abrasion resistance of concrete paving blocks as a function of dry bulk specific gravity and ultrasonic pulse velocity. *Materiales De Construcción - MATER CONSTR*. 2005 Jun 30;55:5–12.
7. Saridemir M. Empirical modeling of splitting tensile strength from cylinder compressive strength of concrete by genetic programming. *Expert Syst Appl*. 2011 Oct 1;38(11):14257–68.
8. Dervishi F, Luga E. Relation between Physical and Mechanical Properties of Concrete Paving Blocks. 2015.
9. Poon CS, Chan D. Effects of contaminants on the properties of concrete paving blocks prepared with recycled concrete aggregates. *Constr Build Mater* [Internet]. 2007;21(1):164–75. Available from: <https://www.scopus.com/inward/record.uri?eid=2-s2.0-33746928294&doi=10.1016%2fj.conbuildmat.2005.06.031&partnerID=40&md5=c8762f36b53fd72f9299947f0433f149>
10. Ling TC. Prediction of density and compressive strength for rubberized concrete blocks. *Constr Build Mater* [Internet]. 2011;25(11):4303–6. Available from: <https://www.scopus.com/inward/record.uri?eid=2-s2.0-79959837985&doi=10.1016%2fj.conbuildmat.2011.04.074&partnerID=40&md5=b657de99f0de1a5c6eaec9932790ee1e>
11. Ohemeng EA, Yalley PPK. Models for predicting the density and compressive strength of rubberized concrete pavement blocks. *Constr Build Mater*. 2013 Oct 1;47:656–61.
12. Zhang SP, Zong L. Evaluation of relationship between water absorption and durability of concrete materials. *Advances in Materials Science and Engineering* [Internet]. 2014;2014. Available from: <https://www.scopus.com/inward/record.uri?eid=2-s2.0-84900024482&doi=10.1155%2f2014%2f650373&partnerID=40&md5=4b976cfe8d5b0f8a9f033f98e8c66288>

13. Nazari A, Azimzadegan T. Prediction the effects of ZnO₂ nanoparticles on splitting tensile strength and water absorption of high strength concrete. *Materials Research* [Internet]. 2012;15(3):440–54. Available from: <https://www.scopus.com/inward/record.uri?eid=2-s2.0-84864261430&doi=10.1590%2fS1516-14392012005000057&partnerID=40&md5=fecad31a56eded07c99a7bae47a9d65b>
14. Skripkiunas G, Girskas G, Malaiškienė J, Šemelis E. Variation Of Characteristics Of Vibropressed Concrete Pavement Blocks. *Construction Science*. 2014 Nov 15;15.
15. Dong Q, Chen X, Dong S, Ni F. Data Analysis in Pavement Engineering: An Overview. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*. 2021 Oct 26;PP:1–20.
16. Liu Y. High-Performance Concrete Strength Prediction Based on Machine Learning. *Comput Intell Neurosci* [Internet]. 2022;2022. Available from: <https://www.scopus.com/inward/record.uri?eid=2-s2.0-85131340435&doi=10.1155%2f2022%2f5802217&partnerID=40&md5=63a9d39feea6c58e6a00de5c576c3c15>
17. Amin MN, Ahmad A, Khan K, Ahmad W, Nazar S, Faraz MI, et al. Split Tensile Strength Prediction of Recycled Aggregate-Based Sustainable Concrete Using Artificial Intelligence Methods. *Materials* [Internet]. 2022;15(12). Available from: <https://www.scopus.com/inward/record.uri?eid=2-s2.0-85132796509&doi=10.3390%2fma15124296&partnerID=40&md5=d0e4fba1086b3ca3f696d72c1cec3523>
18. Gnanadesikan R, Kettenring JR. Robust Estimates, Residuals, and Outlier Detection with Multiresponse Data. *Biometrics* [Internet]. 1972;28(1):81–124. Available from: <http://www.jstor.org/stable/2528963>
19. Ghorbani H. MAHALANOBIS DISTANCE AND ITS APPLICATION FOR DETECTING MULTIVARIATE OUTLIERS. *Facta Universitatis Series Mathematics and Informatics*. 2019 Oct 6;34:583.
20. Cabana E, Lillo RE, Laniado H. Multivariate outlier detection based on a robust Mahalanobis distance with shrinkage estimators. *Statistical Papers* [Internet]. 2021;62(4):1583–609. Available from: <https://www.scopus.com/inward/record.uri?eid=2-s2.0-85075360711&doi=10.1007%2fs00362-019-01148-1&partnerID=40&md5=44300a8bbc2101dd94758a7730bff452>
21. Kuhn M, Johnson K. *Applied Predictive Modeling*. Applied Predictive Modeling. 2013.
22. Geron A. *Hands-On Machine Learning with Scikit-Learn, Keras, and TensorFlow: Concepts, Tools, and Techniques to Build Intelligent Systems*. 2nd ed. O’Reilly Media, Inc.; 2019.
23. Reddy GT, Reddy MPK, Lakshmana K, Kaluri R, Rajput DS, Srivastava G, et al. Analysis of Dimensionality Reduction Techniques on Big Data. *IEEE Access*. 2020;8:54776–88.
24. Jolliffe I.T. *Principal Component Analysis*. Second Edition. Springer. 2002. 21–25 p.
25. Rachmatullah MIC, Santoso J, Surendro K. Determining the number of hidden layer and hidden neuron of neural network for wind speed prediction. *PeerJ Comput Sci* [Internet]. 2021;7:1–19. Available from: <https://www.scopus.com/inward/record.uri?eid=2-s2.0-85117193896&doi=10.7717%2fPEERJ-CS.724&partnerID=40&md5=55c4d6f46d2d0abd189ea7e7028c90a7>
26. Charu C. *Aggarwal. Neural Networks and Deep Learning*. 2023.

27. Wong SH, Shek PN, Saggaff A, Tahir MM, Lee YH. Compressive strength prediction of lightweight foamed concrete with various densities. In: IOP Conference Series: Materials Science and Engineering [Internet]. 2019. Available from: <https://www.scopus.com/inward/record.uri?eid=2-s2.0-85076054145&doi=10.1088%2f1757-899X%2f620%2f1%2f012043&partnerID=40&md5=3e54768a3d9a28852cf1c8329ea88410>
28. Ibnu Choldun R. M, Santoso J, Surendro K. Determining the number of hidden layers in neural network by using principal component analysis. In: Advances in Intelligent Systems and Computing [Internet]. 2020. p. 490–500. Available from: https://www.scopus.com/inward/record.uri?eid=2-s2.0-85072839726&doi=10.1007%2f978-3-030-29513-4_36&partnerID=40&md5=656dab6a9a890f66232995e0deda38ad