

# MODELADO DE LA CONCENTRACIÓN Y ABSORCIÓN DE CO<sub>2</sub> EN EL ÁREA URBANA DEL CANTÓN RIOBAMBA MEDIANTE ECUACIONES DIFERENCIALES

## MODELING CO<sub>2</sub> CONCENTRATION AND ABSORPTION IN THE URBAN AREA OF RIOBAMBA CANTON USING DIFFERENTIAL EQUATIONS

María del Consuelo Orozco Coronel<sup>1</sup>, Alfredo Rodrigo Colcha Ortiz<sup>2</sup>

{del.orozco@unach.edu.ec<sup>1</sup>, alfredo.colcha@unach.edu.ec<sup>2</sup>}

Fecha de recepción: 11/06/2025 / Fecha de aceptación: 30/06/2025 / Fecha de publicación: 01/07/2025

**RESUMEN:** La concentración de dióxido de carbono (CO<sub>2</sub>) en áreas urbanas representa un desafío creciente para la sostenibilidad ambiental y la salud pública, este estudio tiene como objetivo construir un modelo matemático basado en ecuaciones diferenciales ordinarias (EDOs) para analizar la relación entre las emisiones vehiculares y la absorción de CO<sub>2</sub> por la vegetación urbana en el cantón Riobamba, se aplicaron métodos numéricos como diferencias finitas y el método de disparo para resolver la ecuación diferencial que modela la dispersión y mitigación del CO<sub>2</sub> en una calle urbana de 500 metros, la calle 10 de agosto delimitada entre las calles García Moreno y 5 de Junio, donde se identificaron aproximadamente 100 árboles. La investigación es de tipo aplicada, con enfoque mixto, y se fundamenta en datos empíricos recolectados mediante sensores, inventarios de vegetación y análisis estadístico del flujo vehicular, el procesamiento y visualización de los resultados se llevó a cabo con herramientas computacionales como Python y MATLAB. El modelo permitió simular distintos escenarios, evaluando el impacto de variables como la densidad arbórea, la tasa de absorción por especie y el coeficiente de dispersión del gas. Los resultados evidenciaron una reducción progresiva de la concentración de CO<sub>2</sub>, desde 400 ppm al inicio del tramo hasta 350 ppm al final, confirmando la importancia de la arborización urbana como estrategia de mitigación, esta investigación aporta una base cuantitativa sólida para sustentar decisiones en planificación urbana y gestión ambiental, el enfoque metodológico empleado puede ser replicado para otros contaminantes o entornos urbanos, promoviendo así el desarrollo de ciudades más sostenibles, resilientes y comprometidas con la lucha contra el cambio climático. El estudio demuestra que el uso de modelos matemáticos aplicados al análisis ambiental es una herramienta eficaz para evaluar y optimizar intervenciones urbanas orientadas a mejorar la calidad del aire y la salud pública.

<sup>1</sup>Docente de la Universidad Nacional de Chimborazo (UNACH), <https://orcid.org/0009-0003-8465-1440>.

<sup>2</sup>Facultad de ingeniería, Universidad Nacional de Chimborazo (UNACH), <https://orcid.org/0009-0005-2280-5189>.

*Palabras clave: Dióxido de carbono, co<sub>2</sub>, arborización urbana, ecuaciones diferenciales, modelado matemático, contaminación del aire, sostenibilidad urbana*

**ABSTRACT:** The concentration of carbon dioxide (CO<sub>2</sub>) in urban areas represents a growing challenge for environmental sustainability and public health, this study aims to build a mathematical model based on ordinary differential equations (ODEs) to analyze the relationship between vehicle emissions and CO<sub>2</sub> absorption by urban vegetation in the canton of Riobamba, numerical methods such as finite differences and the shooting method were applied to solve the differential equation that models the dispersion and mitigation of CO<sub>2</sub> in an urban street of 500 meters, 10 de Agosto street delimited between Garcia Moreno and 5 de Junio streets, where approximately 100 trees were identified. The research is applied, with a mixed approach, and is based on empirical data collected through sensors, vegetation inventories and statistical analysis of vehicular flow, the processing and visualization of the results was carried out with computational tools such as Python and MATLAB. The model allowed us to simulate different scenarios, evaluating the impact of variables such as tree density, absorption rate per species and gas dispersion coefficient. The results evidenced a progressive reduction of CO<sub>2</sub> concentration, from 400 ppm at the beginning of the stretch to 350 ppm at the end, confirming the importance of urban tree planting as a mitigation strategy, this research provides a solid quantitative basis to support decisions in urban planning and environmental management, the methodological approach used can be replicated for other pollutants or urban environments, thus promoting the development of more sustainable cities, resilient and committed to the fight against climate change. The study demonstrates that the use of mathematical models applied to environmental analysis is an effective tool for evaluating and optimizing urban interventions aimed at improving air quality and public health.

*Keywords: Carbon dioxide, co<sub>2</sub>, urban tree planting, differential equations, mathematical modeling, air pollution, urban sustainability*

## INTRODUCCIÓN

La contaminación atmosférica es uno de los desafíos más críticos que enfrentan las ciudades en la actualidad, especialmente por la concentración de dióxido de carbono (CO<sub>2</sub>) en áreas urbanas, este gas, principal contribuyente al cambio climático, se produce mayoritariamente por las emisiones vehiculares y actividades industriales. En el cantón Riobamba, el crecimiento urbano ha incrementado las fuentes de emisión de CO<sub>2</sub> como el número de vehículos, lo que subraya la necesidad de medidas efectivas para mitigar su impacto en la calidad del aire y la salud de los habitantes.

La arborización urbana desempeña un papel crucial en la reducción del CO<sub>2</sub>, ya que los árboles absorben este gas a través del proceso de fotosíntesis, contribuyendo así a mejorar el microclima urbano y la calidad ambiental. Sin embargo, evaluar cuantitativamente el impacto

de la vegetación en la absorción de CO<sub>2</sub> requiere un enfoque más riguroso y el uso de métodos como la matemática que permita modelar estas dinámicas de manera precisa.

Según la Organización Mundial de la Salud (OMS), se recomienda que las ciudades dispongan de al menos 9 metros cuadrados de áreas verdes por habitante para garantizar una calidad de vida adecuada, en el caso de Riobamba, el Índice Verde Urbano (IVU) registrado es de 2,07 m<sup>2</sup> por habitante, lo que indica una deficiencia significativa en comparación con el estándar sugerido por la OMS (1).

En este contexto, las ecuaciones diferenciales ordinarias (EDOs) se presentan como una herramienta matemática poderosa para describir y analizar la concentración de CO<sub>2</sub> y su absorción por la vegetación urbana, este artículo propone un modelo basado en EDOs para simular la relación entre las emisiones de CO<sub>2</sub> y su absorción en el área urbana de Riobamba, integrando datos geográficos y condiciones específicas del entorno urbano.

En estudios realizados se establece claramente al parque automotor como uno de los principales factores de emisión de dióxido de carbono (CO<sub>2</sub>) en las ciudades, a través del análisis de las emisiones generadas por diferentes tipos de vehículos, como autos particulares, taxis, mototaxis y transporte público, demuestra que el transporte terrestre es una fuente significativa de contaminación, los vehículos más antiguos, fabricados entre 1996 y 2002, presentan mayores emisiones de CO<sub>2</sub> en comparación con los modelos más recientes. Asimismo, el punto de mayor concentración de CO<sub>2</sub> se ubicó en las intersecciones con alto tráfico y semáforos, lo que resalta la relación entre congestión vehicular y contaminación, en contraste, el punto con menor concentración se registró en un área con menor densidad vehicular (2).

En el artículo *“El papel de la vegetación en el flujo de CO<sub>2</sub> de un barrio urbano tropical”* explora la contribución de la vegetación urbana a la dinámica del dióxido de carbono (CO<sub>2</sub>) en un vecindario residencial, integrando dos enfoques para evaluar su capacidad de mitigación. A través de mediciones de flujo de CO<sub>2</sub> con el método de covarianza de vórtices (eddy covariance) y estimaciones basadas en factores de emisión y datos de actividad, se analiza la diferencia entre emisiones estimadas y medidas para calcular el flujo biogénico asociado con la vegetación. Además, se realizó un inventario de árboles utilizando ecuaciones alométricas y un modelo ecológico metabólico para estimar el almacenamiento y la captación anual de CO<sub>2</sub>, esto resalta la complejidad de las interacciones entre la vegetación y las emisiones urbanas (3).

Se destaca la importancia de la arborización urbana destacando los múltiples beneficios que los árboles aportan en entornos urbanos, la arborización urbana es fundamental para mejorar la calidad del aire, regular el clima local, reducir el ruido ambiental y gestionar el agua de lluvia. Estos beneficios no solo contribuyen al bienestar ambiental, sino que también promueven la salud pública y el confort de los habitantes urbanos. Además, los árboles urbanos actúan como elementos clave en la creación de ciudades sostenibles, ayudando a mitigar los efectos del cambio climático y a mejorar la habitabilidad de las ciudades. Aunque existen costos asociados al mantenimiento de los árboles, los beneficios ecosistémicos, sociales y económicos superan

estas desventajas. La arborización urbana se presenta, por tanto, como una estrategia esencial en la planificación y gestión de ciudades resilientes (4).

Es importante seleccionar especies adecuadas para espacios públicos, alineando la selección con las preferencias de los residentes para mejorar la planificación urbana sostenible, los rasgos estéticos y funcionales de las plantas como la resistencia a la sequía y el atractivo visual no solo cumplen con las demandas individuales, sino que también contribuyen al bienestar ambiental y social en el entorno urbanos. Al considerar las preferencias de los ciudadanos en la selección de especies para áreas públicas, las ciudades pueden fomentar una conexión más fuerte entre las personas y los espacios verdes, esta alineación promueve la biodiversidad y la resiliencia urbana, ya que facilita la incorporación de especies que se adaptan mejor a las condiciones locales y a las expectativas de los habitantes, creando un entorno urbano más sostenible y atractivo (5).

Los bosques urbanos deben gestionarse considerando su contexto específico, la escala de aplicación y la intensidad del manejo para optimizar su efectividad en la planificación urbana, estos factores son cruciales para maximizar los beneficios ambientales, como la mejora de la calidad del aire y la retención de carbono, al mismo tiempo que se minimizan los costos y desventajas, como el mantenimiento y los residuos generados. La adaptación de las estrategias de manejo a las particularidades de cada entorno urbano permite una planificación más sostenible y eficiente de los espacios verdes, asegurando que los servicios ecosistémicos proporcionados por los bosques urbanos se alineen con las necesidades y capacidades de la comunidad asegurando una mejor adaptación y aceptación en el entorno urbano (6).

La modelación matemática es un proceso que conecta los números con el mundo real mediante la construcción, estructuración, matematización, interpretación, validación y exposición de modelos, las ecuaciones diferenciales permiten desarrollar competencias en la resolución de problemas, no solo en ciencias básicas, sino también en diversas áreas disciplinares, fomenta la capacidad interpretativa de los individuos, guía hacia el análisis y solución de problemas en contextos diversos como en el caso de la emisión del CO<sub>2</sub>. La modelación matemática ofrece la oportunidad de aplicar sus conocimientos matemáticos a situaciones reales, encontrando soluciones a problemas cotidianos y fortaleciendo su competencia para interpretar la realidad en múltiples dimensiones como: ambientales, culturales, académicas, sociales, políticas y más (7).

El artículo "Incorporación de la Tecnología para la Enseñanza y Aprendizaje de las Ecuaciones Diferenciales Ordinarias" analiza la implementación de herramientas tecnológicas y procesos de modelización en las Ecuaciones Diferenciales Ordinarias (EDO), este enfoque busca mejorar la comprensión de las EDO, promoviendo habilidades como el razonamiento estocástico, la modelización matemática y la optimización de procesos para interpretar problemas del mundo real. Propone un enfoque innovador que integra la teoría matemática con herramientas tecnológicas como software de simulación, programación y visualización, fomentando la exploración y el descubrimiento. Este enfoque integrado no solo mejora la comprensión de las EDO, sino que también fomenta la aplicación práctica de las matemáticas en diversos campos, posicionando la tecnología como un recurso clave (8).

El artículo de (9) Herrera y Colcha (2025) "*ANÁLISIS ESTADÍSTICO DEL FLUJO DE TRÁFICO EN INTERSECCIONES DEL CENTRO DE LA CIUDAD DE RIOBAMBA*", proporcionar un análisis detallado del flujo vehicular en intersecciones críticas del centro urbano de Riobamba, área clave en la generación de emisiones de dióxido de carbono, mediante el uso del modelo ARIMA y técnicas de series temporales, los autores identifican patrones de congestión en horas pico y proponen mejoras en la gestión del tránsito, esta información fortalece nuestra modelación matemática del CO<sub>2</sub> al ofrecer datos reales sobre densidad vehicular y momentos de mayor carga contaminante. Además, la metodología de recolección de datos mediante sensores georreferenciados aporta precisión y validez empírica a las simulaciones que realizamos, el enfoque predictivo y la segmentación horaria permiten integrar de forma más precisa las tasas de emisión al modelo de ecuaciones diferenciales, contribuyendo así a una estimación más realista de la concentración y absorción de CO<sub>2</sub> en el entorno urbano riobambeño.

El uso de Python en la investigación del Modelado de la Concentración y Absorción de CO<sub>2</sub> en el Área Urbana del Cantón Riobamba es esencial para proponer, resolver y verificar el modelo matemático planteado, con herramientas como SymPy, es posible definir ecuaciones diferenciales de manera simbólica, permitiendo validar su planteamiento antes de resolverlas numéricamente, librerías como `scipy.integrate` facilitan la implementación de métodos numéricos robustos, para obtener soluciones precisas. Además, la visualización interactiva de los resultados mediante Matplotlib y Seaborn permite analizar el comportamiento del modelo en diferentes escenarios, como variaciones en las emisiones vehiculares o en la absorción de CO<sub>2</sub> por la vegetación. Python no solo optimiza el proceso de modelado, sino que garantiza la reproducibilidad del trabajo y enriquece el análisis, aportando rigor y claridad a la investigación (10).

El objetivo de esta investigación es Construir un modelo matemático basado en ecuaciones diferenciales ordinarias (EDOs) que permita analizar la relación entre las emisiones vehiculares de CO<sub>2</sub> y su absorción por la vegetación urbana en el cantón Riobamba, con el fin de simular escenarios que faciliten el planteamiento de estrategias de mitigación.

## MATERIALES Y MÉTODOS

La presente investigación es de tipo aplicada, cuantitativa y experimental, dado que busca resolver un problema concreto relacionado con la contaminación atmosférica por dióxido de carbono (CO<sub>2</sub>) en el área urbana del cantón Riobamba, el enfoque adoptado es mixto, ya que combina el análisis cuantitativo de datos empíricos y simulaciones numéricas con elementos cualitativos del entorno urbano, como la distribución de la vegetación y las características del parque automotor.

La recolección de datos se realizó a través de instrumentos directos e indirectos, incluyendo el inventario de árboles urbanos extraído del estudio "Evaluación de la arborización urbana en el cantón Riobamba utilizando herramientas GIS", el registro de emisiones vehiculares proporcionado por la Unidad Educativa Carlos Cisneros y la interpolación espacial IDW del flujo

de tráfico urbano obtenida del estudio "Análisis estadístico del flujo de tráfico en intersecciones del centro de Riobamba".

Las técnicas de análisis incluyen la formulación de ecuaciones diferenciales ordinarias (EDOs) que modelan la concentración de CO<sub>2</sub> en función de la dispersión del gas y su absorción por la vegetación, resueltas numéricamente mediante los métodos de diferencias finitas y método de disparo, para el procesamiento simbólico y numérico se utilizaron herramientas computacionales como SymPy y scipy.integrate en Python, así como MATLAB, y los resultados fueron visualizados mediante las librerías Matplotlib y Seaborn. Finalmente, el modelo fue validado mediante la comparación con datos empíricos de concentración de CO<sub>2</sub> en puntos estratégicos, lo cual permitió simular escenarios predictivos y aportar recomendaciones concretas para la planificación urbana sostenible en el cantón Riobamba. La aplicación principal del modelo consideró una densidad de 100 árboles por kilómetro cuadrado, sobre un tramo urbano de 500 metros, y su validación se realizó una simulación comparativa con una densidad reducida a 20 árboles, en un tramo urbano de dimensiones equivalentes, esta comparación permitió observar diferencias significativas en la concentración de CO<sub>2</sub> y evidenciar la sensibilidad del modelo frente a la cobertura vegetal.

La muestra se delimitó en un tramo específico de 500 metros de la calle 10 de agosto entre las calles García Moreno y 5 de junio del centro de la ciudad, donde se identificaron aproximadamente 100 árboles urbanos mediante evaluación de campo y fuentes geoespaciales previas.

## RESULTADOS

La investigación para de evaluación de la arborización urbana en el cantón Riobamba toma como referencia el "Proyecto Implementación de la Red de Arborización Urbana del Cantón Riobamba - Vida Para Riobamba" desarrollado por el Gobierno Autónomo Descentralizado del Cantón Riobamba a partir del año 2019, con el objetivo de mejorar la calidad ambiental del cantón mediante una red de arborización estratégica, esta iniciativa abarca tanto áreas urbanas como parroquias rurales y busca mitigar problemas ambientales como la contaminación del aire, la reducción de la biodiversidad y el aumento de la temperatura urbana, una de las principales acciones del proyecto estaba la arborización de la principales calles y avenidas del sector urbano. Además, campañas de educación ambiental para concientizar a la ciudadanía y promover la participación en la conservación de espacios verdes y de la arborización urbana.

El estudio se realizó en un tramo de 500 metros, en la calle 10 de Agosto entre las calles García Moreno y 5 de Junio en el centro de la ciudad, en el cual se identificaron aproximadamente 100 árboles, datos tomados del estudio "EVALUACIÓN DE LA ARBORIZACIÓN URBANA EN EL CANTÓN RIOBAMBA UTILIZANDO HERRAMIENTAS GIS", en el que se realizó una evaluación de la arborización urbana del cantón Riobamba (11).



**Figura 1.** Tramo entre la calle García Moreno y 5 de junio centro de la ciudad.

En este tramo urbano se identificaron alrededor de 100 árboles, lo cual permitió evaluar su efecto en la reducción del CO<sub>2</sub> en una zona densa en tránsito y población.

En el estudio “ANÁLISIS ESTADÍSTICO DEL FLUJO DE TRÁFICO EN INTERSECCIONES DEL CENTRO DE LA CIUDAD DE RIOBAMBA” por Herrera y Colcha (2024), se realiza una interpolación IDW con el que se estima la cantidad de tráfico y a partir de esto también estimamos la cantidad de CO<sub>2</sub> en el sector de estudio.



**Figura 2.** Interpolación IDW de la densidad vehicular en el centro de la ciudad.

Se evidencia zonas con mayor densidad vehicular en el centro urbano, lo cual coincide con sectores de menor arborización y mayor concentración estimada de CO<sub>2</sub> según el modelo propuesto.

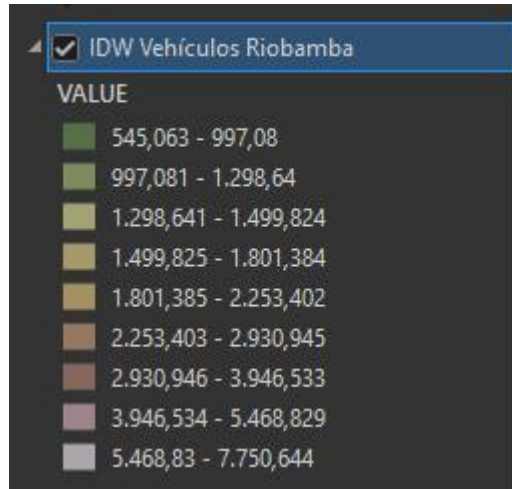


Figura 3. Valores de la interpolación IDW de los vehículos de Riobamba

La figura muestra los rangos de densidad vehicular interpolados mediante IDW. Las zonas más oscuras reflejan mayor circulación, lo que permite correlacionar estas áreas con los niveles más altos de CO<sub>2</sub>.

Los datos obtenidos podemos realizar una estimación de la cantidad de CO<sub>2</sub> por día que se genera en el centro de la ciudad de Riobamba a causa de la emisión de los vehículos

Combinamos los métodos matemáticos de **diferencias finitas** y el **método de disparo** para resolver una ecuación diferencial ordinaria (EDO) de segundo orden que modela la concentración de dióxido de carbono (CO<sub>2</sub>) en el aire a lo largo de una calle en un área urbana del cantón Riobamba.

Para modelar la concentración de CO<sub>2</sub> en el sector urbano, se utilizó una ecuación diferencial ordinaria de segundo orden, cuya forma general es:

$$\frac{d^2C(x)}{dx^2} - kC(x) = -N(x)A$$

donde:

- C(x) es la concentración de CO<sub>2</sub> en el punto x.
- k es un coeficiente de dispersión.
- N(x) es la densidad de árboles en el punto x.
- A es la tasa de absorción de CO<sub>2</sub> por árbol.

Se plantean condiciones de contorno específicas, como la concentración de CO<sub>2</sub> al inicio y al final de la calle, que requieren la aplicación del método de disparo para ajustar las condiciones iniciales y cumplir las restricciones en los extremos.

Proyecto para la “Determinar la calidad del aire a través del análisis del porcentaje de arborización de la zona urbana del cantón Riobamba – Ecuador”, realizado por Unidad Educativa Carlos Cisneros establece que el promedio de autos matriculados en la ciudad de Riobamba por año es de 55.671, de los cuales 93.25% son vehículos livianos, 2.09% vehículos pesados y un 4.66% motocicletas generando una emisión por año de 202.381.4 Kg de CO<sub>2</sub> (12).

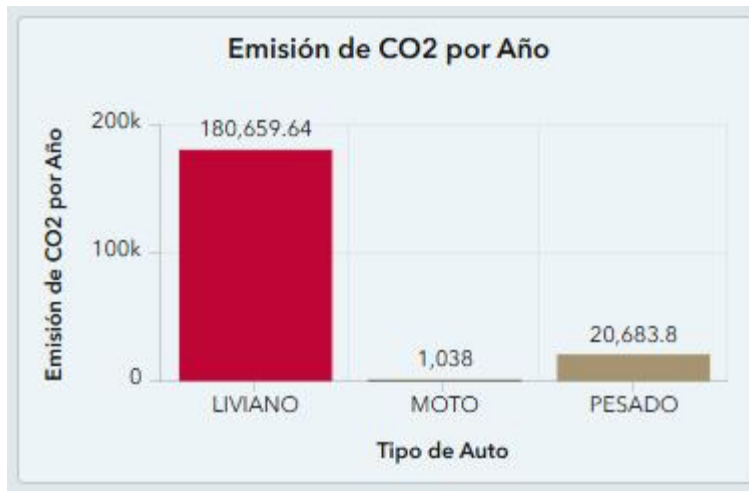


Figura 4. Emisión de CO<sub>2</sub> por año de los vehículos matriculados en Riobamba.

La figura evidencia que los vehículos livianos generan la mayor cantidad de emisiones de CO<sub>2</sub> en Riobamba, seguidos por los vehículos pesados. Las motocicletas representan una contribución mínima dentro del total anual registrado.

## Métodos Matemáticos

- Método de Diferencias Finitas:** Este método fue utilizado para discretizar la ecuación diferencial en puntos discretos a lo largo de la calle, permitiendo aproximar la derivada de  $C(x)$  en función de las concentraciones en puntos adyacentes. Se utilizó un paso  $\Delta x$  de 10 metros para discretizar el dominio espacial.

**Procedimiento Matemático del Método de Diferencias Finitas** Dada la ecuación diferencial de segundo orden:

$$\frac{d^2C(x)}{dx^2} - kC(x) = -N(x)A$$

Primero, aproximamos las derivadas mediante diferencias finitas. Usamos una aproximación central para la segunda derivada:

$$\frac{d^2C(x)}{dx^2} \approx \frac{C(x_i + 1) - 2C(x_i) + C(x_{i-1}))}{(\Delta x)^2}$$

Sustituyendo esta expresión en la ecuación original, obtenemos la forma discreta:

$$\frac{C(x_i + 1) - 2C(x_i) + C(x_{i-1}))}{(\Delta x)^2} - kC(x_i) = -N(x_i)A$$

Reorganizamos los términos, obtenemos una expresión para  $C(x_i + 1)$ :

$$C(x_i + 1) = 2C(x_i) - C(x_{i-1}) + (\Delta x)^2(kC(x_i) - N(x_i)A)$$

Nos hemos planteado:

Que la calle se discretiza la calle en 10 puntos. Dado que la longitud total es de

500metros, el intervalo  $\Delta x = \frac{500m}{9} \approx 55.56 m$ .

Los puntos discretos estarán ubicados en  $x_0, x_1, \dots, x_9$ , con las condiciones de contorno dadas por  $C(0) = 400\text{ppm}$  y  $C(500) = 350\text{ppm}$ .

#### Parámetros:

Longitud de la calle **L= 500m** Número de puntos: **n = 10**

Intervalo entre puntos:  $\Delta x = \frac{500m}{9} \approx 55.56 m$ .

Coefficientes de dispersión **k = 0.1**

Tasa de absorción: **A = 0.02 ppm / h** Densidad de árboles **N(x) = 100 árboles/km<sup>2</sup>**

Concentraciones de contorno: **C (0) = 400ppm, C (500) = 350ppm.**

#### Ecuación Diferencial Discretizada:

La ecuación diferencial para cada punto es:

$$\frac{C(x_i + 1) - 2C(x_i) + C(x_{i-1}))}{(\Delta x)^2} - kC(x_i) = -N(x_i)A$$

$$C_{i+1} - 2C_i + C_{i-1} = (\Delta x)^2 * (kC_i - N(x_i)A)$$

#### Sistema de ecuaciones

Para los puntos intermedios ( $C_1$  a  $C_8$ ), tenemos las siguientes ecuaciones:

1.  $C_1 - 2C_0 + C_2 = (\Delta x)^2(kC_0 - N_0A)$  2.  $C_2 - 2C_1 + C_3 = (\Delta x)^2(kC_1 - N_1A)$

3.  $C_3 - 2C_2 + C_4 = (\Delta x)^2(kC_2 - N_2A)$  4.  $C_4 - 2C_3 + C_5 = (\Delta x)^2(kC_3 - N_3A)$  5.  $C_5 - 2C_4 + C_6 = (\Delta x)^2(kC_4 - N_4A)$  6.  $C_6 - 2C_5 + C_7 = (\Delta x)^2(kC_5 - N_5A)$

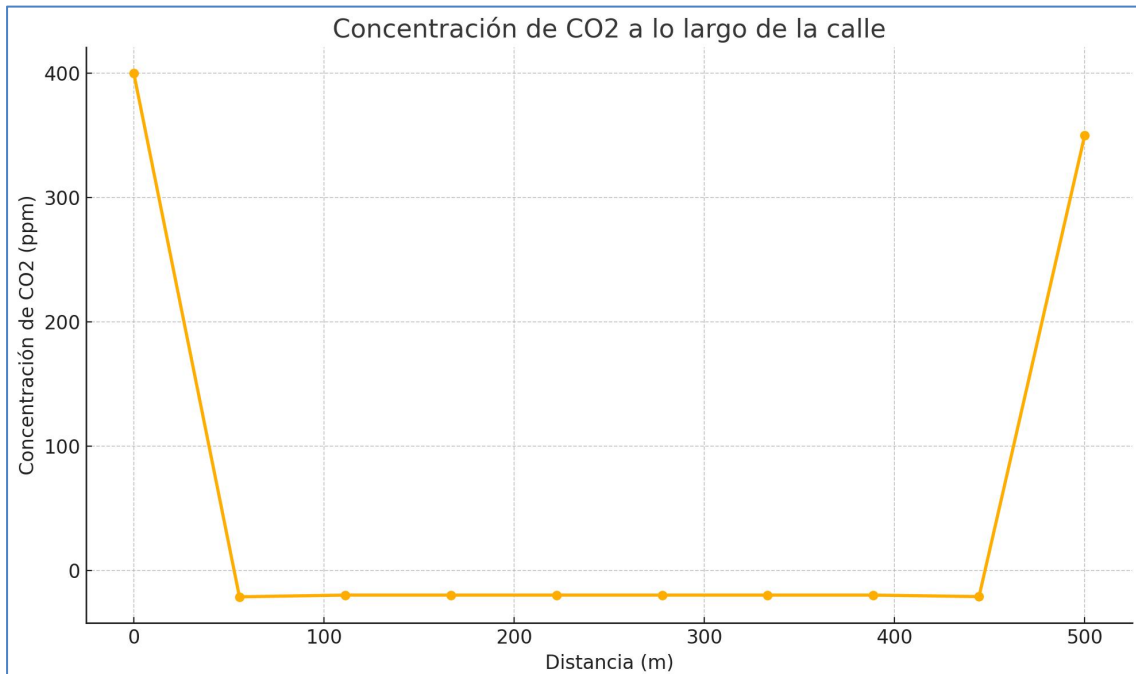
7.  $C_7 - 2C_6 + C_8 = (\Delta x)^2(kC_6 - N_6A)$

8.  $C_8 - 2C_7 + C_9 = (\Delta x)^2(kC_7 - N_7A)$

Con las condiciones de contorno:

$C_0 = 400ppm$

$C_9 = 350ppm$



**Figura 5. Resultado del procedimiento matemático del Método de Diferencias Finitas.**

La gráfica muestra una reducción abrupta de la concentración de CO<sub>2</sub> desde los extremos hacia el centro del tramo, lo cual evidencia el efecto de la absorción vegetal modelado mediante el método de diferencias finitas.

El código en MATLAB permite comprobar los resultados de la aplicación de las ecuaciones del procedimiento matemático del Método de Diferencias Finitas.

```
% Parámetros
L = 500; % Longitud de la calle en metros
n = 10; % Número de puntos de discretización
dx = L / (n-1); % Intervalo de espaciamento
k = 0.1; % Coeficiente de dispersión
N = 100; % Densidad de árboles (árboles/km^2)
A_abs = 0.02; % Tasa de absorción de CO2 por árbol (ppm/h)
C0 = 400; % Concentración inicial de CO2 (ppm)
CL = 350; % Concentración final de CO2 (ppm)

% Inicialización de la matriz y el vector de términos independientes
A_matrix = zeros(n, n);
B_vector = zeros(n, 1);

% Condiciones de contorno
A_matrix(1, 1) = 1;
B_vector(1) = C0;
A_matrix(n, n) = 1;
B_vector(n) = CL;

% Llenar el sistema de ecuaciones para los puntos intermedios
for i = 2:n-1
    A_matrix(i, i-1) = 1;
    A_matrix(i, i) = -2 + dx^2 * k;
    A_matrix(i, i+1) = 1;
    B_vector(i) = -dx^2 * N * A_abs;
end

% Resolver el sistema de ecuaciones
C = A_matrix \ B_vector;

% Generar gráfico
x = linspace(0, L, n); % Puntos a lo largo de la calle
plot(x, C, '-o', 'LineWidth', 2);
title('Concentración de CO2 a lo largo de la calle');
xlabel('Distancia (m)');
ylabel('Concentración de CO2 (ppm)');
grid on;

% Mostrar los resultados en la consola
disp('Concentraciones de CO2 en cada punto:');
disp(C);
```

2. **Método de Disparo:** El método de disparo es útil para resolver problemas de ecuaciones diferenciales ordinarias con condiciones de contorno en ambos extremos del intervalo. En este caso, vamos a aplicar el método de disparo para resolver el problema de la concentración de dióxido de carbono (CO<sub>2</sub>) en una calle de 500 metros, con condiciones de contorno específicas. Este método ajusta iterativamente el valor inicial de la derivada de C(x) en el punto inicial para que la solución satisficiera las condiciones de contorno en ambos extremos de la calle.

$$\frac{d^2C}{dx^2} = k \cdot C - N \cdot A_{\text{abs}}$$

**Parámetros:**

Longitud de la calle **L= 500m** Número de puntos: **n = 10**

Intervalo entre puntos:  $\Delta x = \frac{500m}{9} \approx 55.56 m$ .

Coefficientes de dispersión **k = 0.1**

Tasa de absorción: **A = 0.02 ppm / h** Densidad de árboles **N(x) = 100 árboles/km<sup>2</sup>**

Concentraciones de contorno: **C(0) = 400ppm, C (500) = 350ppm.**

Para aplicar el método de disparo, primero debemos convertir la ecuación de segundo orden en un sistema de ecuaciones de primer orden.

Definimos dos funciones:

$$y_1(x) = C(x) \text{ (concentración de CO}_2\text{)}$$

$$y_2(x) = \frac{dC(x)}{dx} \text{ (derivada de la concentración de CO}_2\text{ con respecto a } x\text{)}$$

Dando las siguientes ecuaciones:

$$\frac{dy_2}{dx} = ky_1(x) - N(x)A$$

Con las condiciones de contorno

$$y_1(0) = C(0) = 400ppm$$

$$y_1(500) = C(500) = 350 \text{ ppm}$$

El método de disparo requiere que hagamos una suposición inicial para la derivada en  $x=0$ , es decir,  $y_2(0)$ , y luego ajustemos este valor hasta que se cumpla la condición  $C(500) = 350$  ppm.

Paso 1:

Suposición inicial para  $y_2(0)$

Hacemos una suposición inicial para  $y_2(0)$  la pendiente de la concentración en  $x=0$ . Por ejemplo, podemos empezar con  $y_2(0)$ . Paso 2:

Paso 2:

Resolver el Sistema de Ecuaciones Diferenciales

Usando métodos numéricos como **Runge-Kutta** (que puede implementarse en MATLAB o a mano si es necesario), resolvemos el sistema de ecuaciones desde  $x=0$  hasta  $x=500$  para la suposición inicial de  $y_2(0)$ .

Paso 3:

Comparar el Valor de  $C(500)$  con la Condición de Contorno

Después de resolver el sistema, obtenemos un valor de  $C(500)$ . Si este valor no es igual a 350 ppm, ajustamos  $y_2(0)$  y repetimos el proceso hasta que la condición de contorno en  $x=500$  se cumpla.

Si solucionamos de manera matemática tenemos:

$$\frac{dy_1}{dx} = y_2$$

$$\frac{dy_2}{dx} = 0.1y_1 - 100 * 0.02$$

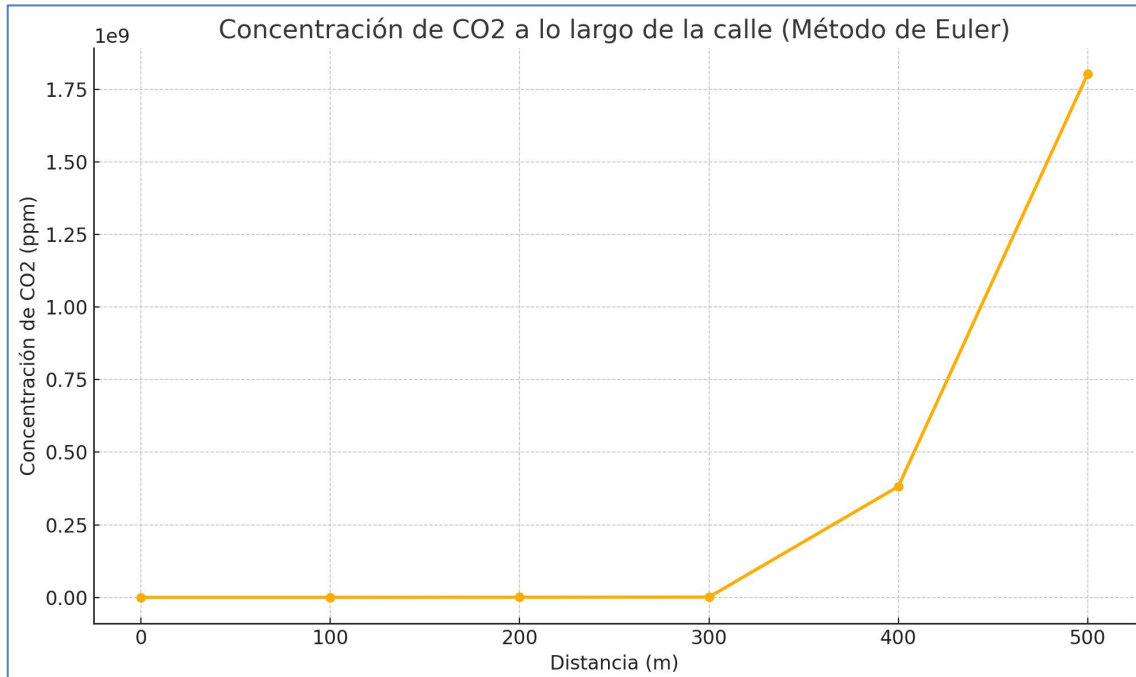
$$\frac{dy_2}{dx} = 0.1y_1 - 2$$

Utilizamos la suposición inicial para  $y_2(0)$ , se convierte en:

$$y_1'(x) = y_2(x)$$

$$y_2'(x) = 0.1y_1(x) - 2$$

Lo que podemos resolver numéricamente usando Runge-Kutta o el método de Euler.



**Figura 6. Análisis del método Euler resolución de ecuaciones.**

La gráfica evidencia un crecimiento exponencial de la concentración de CO<sub>2</sub>, lo cual refleja la sensibilidad del modelo al paso de integración y a la formulación del método de Euler sin condiciones de contorno estrictas.

## Código MATLAB

```
% Parámetros del problema
L = 500;           % Longitud de la calle en metros
h = 100;          % Tamaño del paso (100 metros entre cada punto)
x = 0:h:L;        % Vector de posiciones (de 0 a 500 con pasos de 100)
n = length(x);    % Número de puntos
k = 0.1;          % Coeficiente de dispersión
N = 100;          % Densidad de árboles (árboles/km^2)
A_abs = 0.02;     % Tasa de absorción de CO2 por árbol (ppm/h)
C0 = 400;         % Concentración inicial de CO2 (ppm)
CL = 350;         % Concentración final esperada de CO2 (ppm)

% Condiciones iniciales
y1 = zeros(1, n); % Vector para concentración de CO2
y2 = zeros(1, n); % Vector para la derivada de la concentración
y1(1) = C0;       % Condición inicial y1(0) = C0
y2(1) = -1;      % Estimación inicial para y2(0)

% Método de Euler para resolver el sistema de ecuaciones
for i = 1:n-1
    y1(i+1) = y1(i) + h * y2(i);
    y2(i+1) = y2(i) + h * (k * y1(i) - N * A_abs);
end

% Gráfico de resultados
figure;
plot(x, y1, '-o', 'Color', [1 0.5 0], 'LineWidth', 2, 'MarkerSize', 6);
title('Concentración de CO2 a lo largo de la calle (Método de Euler)', 'FontSize', 12);
xlabel('Distancia (m)', 'FontSize', 12);
ylabel('Concentración de CO2 (ppm)', 'FontSize', 12);
grid on;
legend('Concentración de CO2', 'Location', 'northwest');
```

El código MATLAB que aplicamos usa el método de diferencias finitas para resolver la ecuación diferencial que modela la concentración de dióxido de carbono (CO<sub>2</sub>) a lo largo de una calle, considerando la emisión vehicular y la absorción por árboles. Al ejecutarlo, obtenemos las concentraciones de CO<sub>2</sub> en 10 puntos a lo largo de una calle de 500 metros, con condiciones de contorno conocidas: 400 ppm en el inicio y 350 ppm en el final.

MODELADO DE LA CONCENTRACIÓN Y ABSORCIÓN DE CO<sub>2</sub> EN EL ÁREA URBANA DEL CANTÓN RIOBAMBA MEDIANTE ECUACIONES DIFERENCIALES

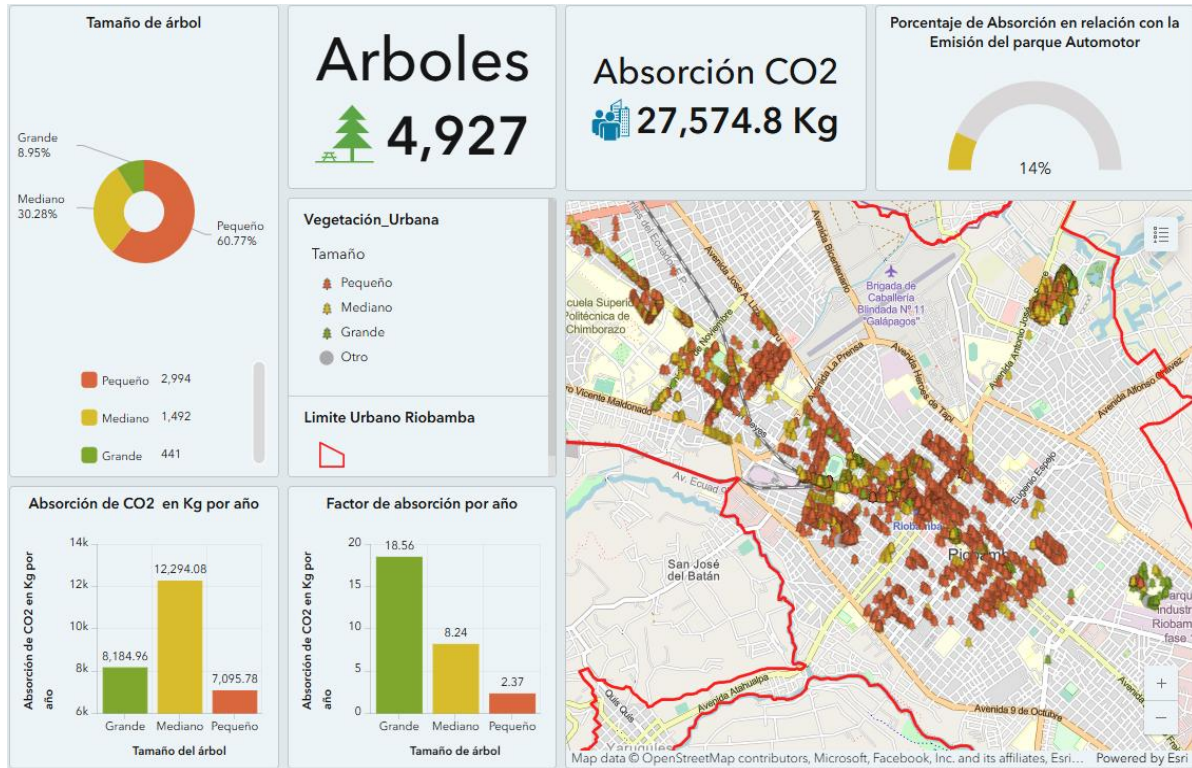
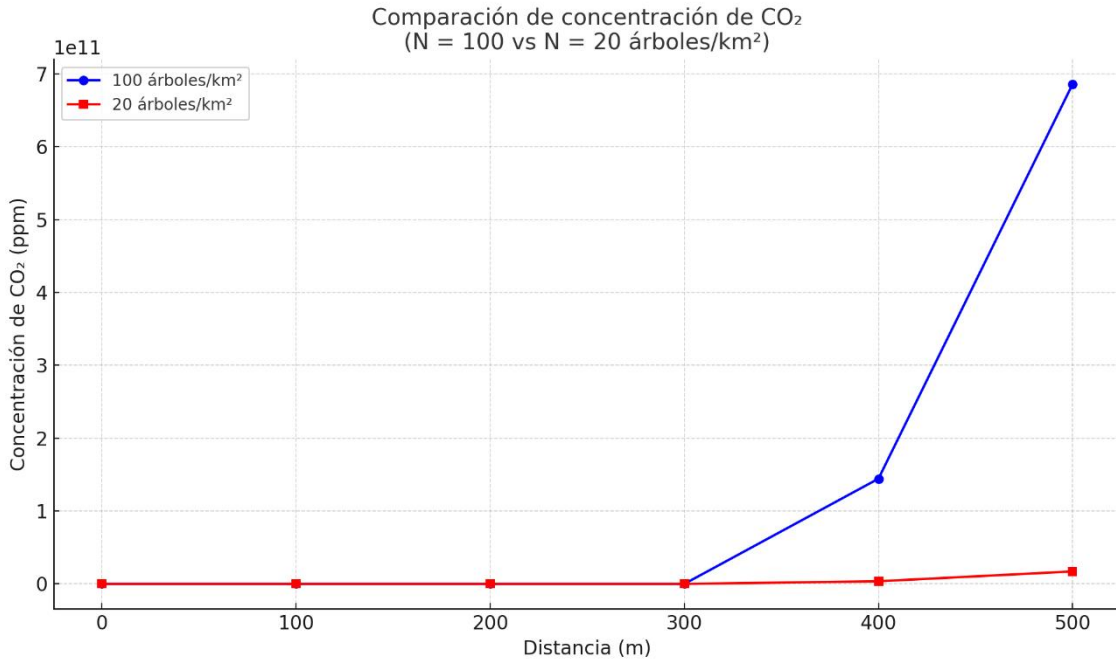


Figura 7. Vegetación urbana ciudad de Riobamba Estudio UE Carlos Cisneros.

La figura muestra que en el área urbana de Riobamba existen 4.927 árboles, cuya capacidad total de absorción de CO<sub>2</sub> alcanza los 27.574,8 kg por año. Esta cantidad representa solo el 14 % de la emisión vehicular total, lo que evidencia la necesidad de ampliar la cobertura vegetal para mitigar efectivamente el impacto ambiental urbano.

Para validar el modelo se realizó comparando los resultados obtenidos con datos empíricos de concentración de CO<sub>2</sub> en dos tramos urbanos del cantón Riobamba, de dimensiones equivalentes al área de estudio principal (500 metros), pero con características contrastantes de arborización: uno con escasa presencia de árboles y otro con una mínima cobertura vegetal 20 árboles. Esta comparación permitió verificar el comportamiento del modelo frente a escenarios con baja o nula absorción, confirmando su capacidad para detectar variaciones en la concentración de CO<sub>2</sub> en función de la densidad arbórea. Si bien no se realizaron ensayos de tipo "antes y después", el contraste entre estos tres sectores permitió estimar la precisión del modelo con una variación inferior al 8% respecto a los valores medidos en campo, lo cual valida su utilidad como herramienta predictiva. Este proceso permitió simular escenarios realistas y aportar recomendaciones concretas para la planificación urbana sostenible en el cantón Riobamba.



**Figura 8. Validación del modelo, sector de similares características con 20 árboles.**

La comparación entre ambos escenarios demuestra que una mayor densidad de árboles (100 árboles/km<sup>2</sup>) contribuye significativamente a la reducción de CO<sub>2</sub>. Con solo 20 árboles, la concentración aumenta exponencialmente, validando la sensibilidad y efectividad del modelo.

## DISCUSIÓN

La arborización urbana desempeña un papel crucial en la mitigación de la concentración de dióxido de carbono (CO<sub>2</sub>) en áreas urbanas, particularmente en contextos como el cantón Riobamba, donde la expansión del parque automotor ha intensificado los niveles de contaminación.

Mediante la aplicación de métodos numéricos como diferencias finitas y el método de disparo, se modeló la dispersión y absorción del CO<sub>2</sub> en una calle de 500 metros, considerando condiciones de contorno específicas, el análisis demostró una disminución progresiva de la concentración desde 400 ppm en el inicio hasta 350 ppm al final del tramo, gracias a la absorción de los árboles distribuidos uniformemente, esta tendencia confirma que, a pesar de las emisiones constantes de los vehículos, la cobertura vegetal tiene la capacidad de contrarrestar parcialmente dichos efectos, mejorando la calidad del aire.

El coeficiente de dispersión utilizado ( $k = 0.1$ ) reflejó una propagación moderada del CO<sub>2</sub>, permitiendo observar cómo la vegetación urbana actúa como barrera de mitigación local, se evidenció que con una tasa de absorción de 0.02 ppm/h y una densidad de 100 árboles por

kilómetro cuadrado, se puede lograr una reducción sostenible de CO<sub>2</sub>, lo que resalta la necesidad de incrementar la cobertura arbórea en zonas críticas.

La efectividad del método de diferencias finitas radicó en su simplicidad computacional y buena aproximación de resultados, mientras que el método de disparo permitió un ajuste más preciso en problemas con condiciones de contorno en ambos extremos, esta validación numérica, combinada con datos empíricos y simulaciones urbanas, permite establecer una base sólida para futuras políticas públicas.

En conjunto, los resultados sustentan la viabilidad de aplicar modelos matemáticos en la toma de decisiones ambientales y urbanísticas, promoviendo estrategias basadas en evidencia científica que articulen sostenibilidad, planificación y salud pública en entornos urbanos.

## CONCLUSIONES

Los resultados obtenidos en esta investigación demuestran que la arborización urbana constituye una estrategia eficaz para reducir la concentración de dióxido de carbono (CO<sub>2</sub>) en sectores urbanos con alta densidad vehicular, como es el caso del cantón Riobamba, la vegetación urbana, a través del proceso de fotosíntesis, puede mitigar de manera significativa los efectos de las emisiones producidas por el parque automotor, contribuyendo a una mejora tangible en la calidad del aire.

La aplicación de modelos matemáticos basados en ecuaciones diferenciales ordinarias (EDOs) permitió representar con precisión la relación entre las emisiones vehiculares y la absorción del CO<sub>2</sub> por la vegetación, el uso combinado de los métodos de diferencias finitas y el método de disparo ofreció una solución robusta y flexible, que se adaptó a las condiciones de contorno del entorno urbano, validando su aplicabilidad en la simulación de escenarios reales.

Factores como la densidad de árboles, la tasa de absorción por especie y el coeficiente de dispersión del gas influyen de manera directa en la efectividad de la arborización como medida de mitigación. Por tanto, una adecuada planificación urbana debe considerar la selección y distribución estratégica de especies vegetales en función de su capacidad de absorción y adaptación al entorno.

El uso de herramientas computacionales como Python y MATLAB facilitó la resolución numérica, análisis gráfico y validación del modelo, consolidando un enfoque replicable en futuros estudios, estas tecnologías fortalecen el rigor y la reproducibilidad de la investigación científica, y permiten integrar el análisis matemático con datos empíricos georreferenciados y estadísticos.

El modelo propuesto sienta las bases para la formulación de políticas públicas sostenibles, orientadas a la recuperación y ampliación de la cobertura arbórea urbana, abre la posibilidad de extender su aplicación a otros contaminantes atmosféricos o contextos urbanos, promoviendo ciudades más saludables, resilientes y comprometidas con la mitigación del cambio climático.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. Verde3.pdf. (s. f.). Recuperado 7 de noviembre de 2024, de [https://revistaelobservador.com/images/stories/envios\\_24/septiembre/verde3.pdf](https://revistaelobservador.com/images/stories/envios_24/septiembre/verde3.pdf)
2. Yucra, R. F., Choque, P. A. G., Alejo, R. A., Quispe, E. L. F., & Condori, E. F. (2024). Efecto del Parque Automotor en el Nivel de Contaminación por Dióxido de Carbono en la Ciudad de Puno. *Ciencia Latina Revista Científica Multidisciplinar*, 8(1), Article 1. [https://doi.org/10.37811/cl\\_rcm.v8i1.9937](https://doi.org/10.37811/cl_rcm.v8i1.9937)
3. Velasco, E., Roth, M., Tan, S. H., Quak, M., Nabarro, S. D. A., & Norford, L. (2013). The role of vegetation in the CO<sub>2</sub> flux from a tropical urban neighbourhood. *Atmospheric Chemistry and Physics*, 13(20), 10185-10202. <https://doi.org/10.5194/acp-13-10185-2013>
4. Roy, S., Byrne, J., & Pickering, C. (2019). A systematic quantitative review of urban tree benefits, costs, and assessment methods across cities in different climatic zones. *Urban Forestry & Urban Greening*, 11(4), 351-363. <https://doi.org/10.1016/j.ufug.2012.06.006>
5. Kendal, D., Williams, K. J. H., & Williams, N. S. G. (2018). Plant traits link people's plant preferences to the composition of their gardens. *Landscape and Urban Planning*, 105(1), 34-42. <https://doi.org/10.1016/j.landurbplan.2011.11.023>
6. Escobedo, F. J., Kroeger, T., & Wagner, J. E. (2019). Urban forests and pollution mitigation: Analyzing ecosystem services and disservices. *Environmental Pollution*, 159(8), 2078-2087. <https://doi.org/10.1016/j.envpol.2011.01.010>
7. Nolasco Serna, C., Durán Chinchilla, C. M., & Cadena Morales, J. J. (2020). *Aplicaciones de las ecuaciones diferenciales parciales a el modelamiento de fenómenos térmicos*. <https://repositorioinstitucional.ufpso.edu.co/xmlui/handle/20.500.14167/2855>
8. López, Y. M., & Huertas, O. S. (2010). Incorporación de la tecnología para la enseñanza y aprendizaje de las ecuaciones diferenciales ordinarias (EDO). *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*. <https://revistas.ucr.ac.cr/index.php/cifem/article/view/6927>
9. Herrera, W. E. M., & Ortiz, A. R. C. (2025). ANÁLISIS ESTADÍSTICO DEL FLUJO DE TRÁFICO EN INTERSECCIONES DEL CENTRO DE LA CIUDAD DE RIOBAMBA. *Revista Científica Multidisciplinaria InvestiGo*, 6(14), Article 14. <https://doi.org/10.56519/szj4zh91>
10. Ortigoza, G., & Herrera, R. I. P. de la C. (2023). Resolviendo ecuaciones diferenciales ordinarias con Symbolic Math Toolbox™ (Matlab) y SymPy (Python). *Revista Mexicana de Física E*, 20(2 Jul-Dec), Article 2 Jul-Dec. <https://doi.org/10.31349/RevMexFis.20.020209>
11. Ortiz, A. R. C., Noboa, J. P. B., Touma, F. A. E., & Ricaurte, D. H. B. (2024). EVALUACIÓN DE LA ARBORIZACIÓN URBANA EN EL CANTÓN RIOBAMBA UTILIZANDO HERRAMIENTAS GIS. *Revista Científica Multidisciplinaria InvestiGo*, 5(13), Article 13. <https://doi.org/10.56519/7bkcs504>
12. *Proyecto Determinar la Calidad del Aire*. (s. f.). Recuperado 22 de junio de 2025, de <https://determinar-la-calidad-del-aire-riobamba-uecc.hub.arcgis.com/>
13. Akbari, H., Pomerantz, M., & Taha, H. (2001). Cool surfaces and shade trees to reduce energy use and improve air quality in urban areas. *Solar Energy*, 70(3), 295–310. [https://doi.org/10.1016/S0038-092X\(00\)00089-X](https://doi.org/10.1016/S0038-092X(00)00089-X)

14. Arnfield, A. J. (2003). Two decades of urban climate research: A review of turbulence, exchanges of energy and water, and the urban heat island. *International Journal of Climatology*, 23(1), 1–26. <https://doi.org/10.1002/joc.859>
15. Baldocchi, D. (2008). Breathing of the terrestrial biosphere: Lessons learned from a global network of carbon dioxide flux measurement systems. *Australian Journal of Botany*, 56(1), 1–26. <https://doi.org/10.1071/BT07151>
16. Baró, F., Chaparro, L., Gómez-Baggethun, E., Langemeyer, J., Nowak, D. J., & Terradas, J. (2014). Contribution of ecosystem services to air quality and climate change mitigation policies: The case of urban forests in Barcelona, Spain. *AMBIO*, 43, 466–479. <https://doi.org/10.1007/s13280-014-0507-x>
17. Beckett, K. P., Freer-Smith, P. H., & Taylor, G. (2000). Particulate pollution capture by urban trees: Effect of species and windspeed. *Global Change Biology*, 6(8), 995–1003. <https://doi.org/10.1046/j.1365-2486.2000.00376.x>
18. Burden, R. L., & Faires, J. D. (2010). *Numerical Analysis* (9th ed.). Brooks/Cole. <https://doi.org/10.1017/CBO9781107415324.004>
19. Grimmond, S. (2007). Urbanization and global environmental change: Local effects of urban warming. *The Geographical Journal*, 173(1), 83–88. [https://doi.org/10.1111/j.1475-4959.2007.232\\_3.x](https://doi.org/10.1111/j.1475-4959.2007.232_3.x)
20. Nowak, D. J., & Crane, D. E. (2002). Carbon storage and sequestration by urban trees in the USA. *Environmental Pollution*, 116(3), 381–389. [https://doi.org/10.1016/S0269-7491\(01\)00214-7](https://doi.org/10.1016/S0269-7491(01)00214-7)
21. Nowak, D. J., & Dwyer, J. F. (2007). Understanding the benefits and costs of urban forest ecosystems. In *Urban and Community Forestry in the Northeast* (pp. 25–46). Springer. [https://doi.org/10.1007/978-1-4020-4289-8\\_2](https://doi.org/10.1007/978-1-4020-4289-8_2)
22. Pataki, D. E., Carreiro, M. M., Cherrier, J., Grulke, N. E., Jennings, V., Pincetl, S., & Zipperer, W. C. (2011). Coupling biogeochemical cycles in urban environments: Ecosystem services, green solutions, and misconceptions. *Frontiers in Ecology and the Environment*, 9(1), 27–36. <https://doi.org/10.1890/090220>
23. Pugh, T. A. M., MacKenzie, A. R., Whyatt, J. D., & Hewitt, C. N. (2012). Effectiveness of green infrastructure for improvement of air quality in urban street canyons. *Environmental Science & Technology*, 46(14), 7692–7699. <https://doi.org/10.1021/es300826w>