

ANÁLISIS MARGINAL Y MAXIMIZACIÓN DE BENEFICIOS: USO DEL CALCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL EN LA TOMA DE DECISIONES EMPRESARIALES

MARGINAL ANALYSIS AND PROFIT MAXIMIZATION: USE OF DIFFERENTIAL AND INTEGRAL CALCULUS IN BUSINESS DECISION MAKING

Wellington Isaac Maliza Cruz¹

{wmalizac@unemi.edu.ec¹}

Fecha de recepción: 18/12/2024

/ Fecha de aceptación: 03/01/2025

/ Fecha de publicación: 06/01/2025

RESUMEN: Este curso analiza el uso amplio y general del cálculo en los negocios, haciendo hincapié en sus beneficios como herramienta matemática para calcular los retornos marginales y maximizar las ganancias. En un entorno empresarial dinámico, la toma de decisiones estratégicas requiere un análisis cuidadoso de los costos, los ingresos y los beneficios. El presente artículo explora el uso del cálculo diferencial e integral en el ámbito empresarial, destacando cómo las herramientas matemáticas permiten analizar los beneficios marginales y maximizar la rentabilidad. A través de una metodología basada en casos de estudio y simulaciones numéricas, se demuestra la importancia del análisis marginal en la toma de decisiones estratégicas. El estudio utilizó herramientas como MATLAB y Excel para analizar el desempeño financiero, identificar áreas de necesidad y analizar los ingresos y el empleo. Los resultados evidencian que la aplicación del cálculo puede optimizar la asignación de recursos y mejorar los resultados económicos, la imagen resultante muestra áreas positivas y áreas de impacto reducido. La discusión aborda las implicaciones teóricas y prácticas, subrayando la relevancia de integrar herramientas matemáticas en la gestión empresarial. En conclusión, estadísticas extensas y cuantitativas no solo permiten tomar decisiones más informadas, sino que también aumentan la volatilidad del mercado en respuesta a los cambios del mercado.

Palabras clave: *Optimización, cálculo, derivada, integral*

ABSTRACT: This course examines the broad and general use of calculus in business, emphasizing its benefits as a mathematical tool for calculating marginal returns and maximizing profits. In a dynamic business environment, strategic decision making requires careful analysis of costs, revenues, and benefits. This article explores the use of differential and integral calculus in business, highlighting how mathematical tools enable the analysis of marginal benefits and the maximization of profitability. Through a methodology based on case studies and numerical

¹Universidad Estatal de Milagro (UNEMI), <https://orcid.org/0009-0005-1426-583X>.

simulations, the importance of marginal analysis in strategic decision making is demonstrated. The study used tools such as MATLAB and Excel to analyze financial performance, identify areas of need, and analyze income and employment. The results show that the application of calculus can optimize resource allocation and improve economic results, with the resulting image showing positive areas and areas of reduced impact. The discussion addresses theoretical and practical implications, underlining the relevance of integrating mathematical tools into business management. In conclusion, extensive and quantitative statistics not only allow for more informed decisions, but also increase market volatility in response to market changes.

Keywords: Optimization, calculus, derivative, integral

INTRODUCCIÓN

La toma de decisiones empresariales modernas implica el análisis de múltiples variables que afectan la rentabilidad y la sostenibilidad de las organizaciones. En un entorno global cada vez más competitivo, las empresas se enfrentan a cambios rápidos en las cadenas de suministro y a la competencia por recursos limitados. Estas cuestiones nos permiten utilizar herramientas matemáticas avanzadas, como el cálculo diferencial e integral, que permiten modelar escenarios más complejos y proporcionar soluciones más precisas a problemas complejos.

El presente artículo se enfoca en el uso del cálculo diferencial e integral como herramientas fundamentales para modelar y resolver problemas relacionados con la optimización de beneficios en un entorno empresarial competitivo. La investigación aborda preguntas científicas críticas como: ¿Cuál es el nivel óptimo de producción? ¿Cómo se pueden maximizar los beneficios considerando restricciones de recursos?

Teóricamente, el análisis marginal se realiza como un método básico basado en el cálculo de varianza e integración. Según (1), un cálculo específico puede definir la tasa de cambio de variables como ingresos, gastos y consumo, y el cálculo integral calcula los cambios acumulativos en estas variables a lo largo del tiempo. (2) han argumentado que este tipo de cálculo se recomienda para una toma de decisiones informada, especialmente cuando los recursos son limitados y las decisiones toman mucho tiempo. (3) han argumentado que un modelo simple de actividad económica se basa en la eficiencia del mercado, lo que conduce a la ventaja competitiva. (4) recomiendan que las cuestiones de sostenibilidad se incorporen a la planificación estratégica siempre que sea posible.

Otros estudios relevantes incluyen el trabajo de (5), que se centra en cómo los derivados pueden describir aspectos importantes de las operaciones comerciales, y (6), que sugiere una herramienta útil para analizar procesos. (7) ofrece una visión teórica de la teoría, enfatizando la riqueza de la teoría algebraica, y (8) sugiere un enfoque más matizado de la teoría y la construcción. (9) y (10) han propuesto una serie de aplicaciones prácticas y prácticas para la identificación de la complejidad.

El objetivo de este trabajo es aplicar el cálculo diferencial e integral a la gestión empresarial con el fin de mejorar la rentabilidad y aumentar la ventaja competitiva. A través del modelado matemático, la simulación por computadora y la validación con métodos basados en datos del mundo real, estas herramientas proporcionan una comprensión detallada de cómo resolver problemas estratégicos y optimizar el desempeño económico de las empresas. Este enfoque no solo es útil para determinar niveles óptimos de producción, sino que también sirve como base para predecir situaciones futuras y desarrollar estrategias en el entorno laboral competitivo.

Por ello, presente documento explora cómo el análisis marginal y el cálculo diferencial e integral se integran en la maximización de beneficios, proporcionando ejemplos prácticos de su aplicación en la gestión empresarial. Con un enfoque en la relevancia del análisis cuantitativo, se destacan los beneficios de adoptar estas metodologías para mejorar la competitividad y la sostenibilidad.

MATERIALES Y MÉTODOS

La metodología utilizada combina un enfoque cuantitativo con estudios de caso reales y simulaciones computacionales. Los pasos principales incluyen:

1. **Modelado matemático:** Se desarrollaron funciones representativas de costos, ingresos y beneficios para diversos escenarios empresariales.
2. **Análisis diferencial:** Se aplicó la derivada para identificar puntos críticos que representan máximos o mínimos locales en las funciones de beneficio.
3. **Integración y áreas bajo la curva:** La integral se utilizó para calcular el valor acumulado de beneficios a lo largo de diferentes intervalos de producción.
4. **Simulaciones numéricas:** Se implementaron modelos en software como MATLAB y Python para validar los resultados analíticos.
5. **Validación con datos reales:** Se contrastaron los resultados obtenidos con datos empresariales proporcionados por organizaciones participantes en el estudio.

Diseño del estudio:

El estudio se basó en un enfoque cuantitativo y analítico, utilizando herramientas matemáticas del cálculo diferencial e integral para modelar y optimizar funciones relacionadas con ingresos, costos y beneficios. Se estableció un marco teórico basado en conceptos económicos fundamentales y se aplicaron técnicas matemáticas avanzadas para identificar el punto óptimo de maximización de beneficios.

Procedimientos:

1. **Definición de funciones económicas:**
 - **Ingreso Total (R):** Representa los ingresos generados en función de la cantidad producida y vendida.

- **Costo Total (C):** Incluye costos fijos y variables asociados con la producción.
- **Beneficio Total (B):** Calculado como $B(x)=R(x)-C(x)$, donde x es la cantidad producida.
- 2. **Condiciones de optimización:**
 - Para determinar el punto óptimo, se resolvió la ecuación $B'(x)=0$ y se verificó que $B''(x)<0$, garantizando un máximo local en el beneficio.
- 3. **Cálculo integral:**
 - Se aplicó el cálculo integral para analizar ingresos y costos acumulados, evaluando la sostenibilidad económica en diferentes niveles de producción.
- 4. **Simulación y validación:**

Los modelos fueron simulados utilizando herramientas como MATLAB y Excel para validar los resultados obtenidos.

RESULTADOS

Identificación del punto óptimo:

- El análisis mostró que el beneficio máximo se alcanza cuando el ingreso marginal iguala al costo marginal ($R'(x)=C'(x)$). Este punto representa la producción óptima, donde el incremento adicional no mejora el beneficio total.

Tasas de cambio:

- Se calcularon las derivadas:
 - $R'(x)$ permitió identificar los niveles de producción con mayor contribución a los ingresos.
 - $C'(x)$ identificó los tramos donde los costos comienzan a incrementarse significativamente.
 - $B'(x)$ determinó el rango donde los beneficios son crecientes y el punto donde dejan de aumentar.

Resultados acumulativos:

- La integración de $R(x)$ y $C(x)$ proporciona una visión acumulativa del comportamiento económico, destacando los niveles de producción sostenibles en el largo plazo.

Representación gráfica:

- Las gráficas generadas evidenciaron:
 - Un punto claro de máxima diferencia entre $R(x)$ y $C(x)$, correspondiente al beneficio máximo.
 - Zonas de producción con beneficios decrecientes al exceder el punto óptimo.

Implicaciones prácticas:

- El estudio concluyó que las empresas pueden maximizar sus beneficios al equilibrar la relación entre ingresos y costos marginales. Los resultados resaltan la importancia del uso del cálculo diferencial e integral para la toma de decisiones estratégicas en un entorno empresarial dinámico.

Los hallazgos principales incluyen:

1. **Optimización de beneficios:** Se identificó que el nivel óptimo de producción varió según las condiciones de mercado y los costos operativos, demostrando la necesidad de un análisis continuo.
2. **Eficiencia en recursos:** La aplicación del cálculo permitió determinar puntos de inflexión en los costos marginales, ayudando a evitar ineficiencias en la asignación de recursos.
3. **Impacto de variaciones de precio:** Se modeló el efecto de cambios en el precio del producto sobre la curva de beneficios, mostrando estrategias óptimas para maximizar ingresos.

Por lo que los resultados del estudio demostraron lo siguiente:

1. **Identificación del punto óptimo:**
 - El punto de producción que maximiza los beneficios fue identificado donde su validación como máximo se confirmó mediante $f(a)$
2. **Tasas de cambio:**
 - El cálculo de y permitió determinar las tasas de cambio instantáneas de ingresos y costos, facilitando la identificación de niveles de producción poco rentables.
3. **Análisis acumulativo:**
 - La integración de las funciones permitió evaluar el comportamiento acumulado de ingresos y costos, proporcionando información crucial para la planificación a largo plazo.
4. **Representación gráfica:**
 - Las gráficas generadas mostraron claramente las relaciones entre ingreso, costo y beneficio, destacando el punto de producción óptimo y los niveles de producción donde se alcanzan beneficios decrecientes.

Estos hallazgos refuerzan la utilidad del cálculo diferencial e integral en la toma de decisiones empresariales, permitiendo una gestión más informada y efectiva.

DISCUSIÓN

El estudio confirma que el cálculo diferencial e integral proporciona una base sólida para la toma de decisiones empresariales informadas. La interpretación de los resultados sugiere que, si bien las herramientas matemáticas son fundamentales, su efectividad depende de la calidad de los datos disponibles y de la capacidad de los gestores para interpretar las implicaciones económicas.

Se discuten las limitaciones del enfoque, incluyendo la sensibilidad de los modelos matemáticos a las incertidumbres en las estimaciones de costos y demanda.

Este estudio se desarrolló bajo un enfoque cuantitativo y analítico, utilizando funciones económicas para modelar ingresos, costos y beneficios. Se emplearon las siguientes herramientas y procedimientos:

1. **Definición de funciones económicas:**

- **Ingreso total (R):** Funciones que describen la relación entre ingresos y cantidades producidas.
- **Costo total (C):** Compuesto por costos fijos y variables.
- **Beneficio total (B):** Calculado como la función utilidad.

2. **Cálculo diferencial:**

- **Ingreso marginal (I):** Representa la variación del ingreso al incrementar una unidad de producción.
- **Costo marginal (Cm):** Incremento en costos por unidad adicional de producción.
- **Beneficio marginal (U):** Determina el cambio en beneficios con una unidad adicional producida.

3. **Optimización mediante derivadas:**

- Se identificaron los puntos críticos resolviendo la derivada de f
- Se verificó la concavidad con f'' para asegurar un máximo local.

4. **Cálculo integral:**

- Se integraron las funciones de ingreso y costo para analizar acumulativamente los resultados en un rango de producción dado.

5. **Simulación:**

- Se utilizaron herramientas como MATLAB y Excel para modelar y graficar las funciones económicas.

Los resultados validan la aplicación del cálculo en contextos empresariales, mostrando su utilidad para optimizar decisiones estratégicas. Este enfoque permite no solo maximizar beneficios, sino también prever escenarios alternativos y adaptar las estrategias de producción según las condiciones del mercado.

El análisis marginal es una herramienta esencial en economía y administración para determinar cómo pequeños cambios en las variables afectan el resultado final de un sistema. En este contexto, el uso del cálculo diferencial e integral es fundamental para modelar y optimizar procesos que buscan maximizar beneficios y minimizar costos.

Además, el análisis marginal se centra en evaluar el impacto de un cambio adicional en una variable sobre una función objetivo, como el beneficio o el costo total. Matemáticamente, éste enfoque utiliza la derivada como herramienta principal.

El objetivo central de cualquier análisis marginal es encontrar el punto de óptimo económico, donde el beneficio es máximo, implica que la tasa de cambio del ingreso total es igual a la del costo total.

Además, para confirmar que este punto corresponde a un máximo y no a un mínimo, se analiza la segunda derivada:

Sin embargo, se identificó que factores externos como la variabilidad en los costos de materia prima o los cambios en la demanda pueden alterar los resultados, lo que sugiere la necesidad de integrar análisis complementarios.

Los resultados de este estudio muestran que la contabilidad específica e integrada puede utilizarse para identificar estrategias para maximizar la ventaja competitiva y la rentabilidad de una empresa. Estos hallazgos son consistentes con la conclusión de (11) de que los métodos matemáticos como las derivadas e integrales son necesarios para mejorar las prácticas de modelado y pronóstico en economía y gestión.

Además, los resultados también concuerdan con (12), quien enfatiza la importancia de estudiar la sensibilidad del flujo en entornos de baja presión. Por ejemplo, en este estudio, cuando el beneficio marginal es menor, (13) tomaron el promedio ponderado de los costos.

Sin embargo, como encontraron (14), el modelo matemático predice que la variabilidad de los datos es sensible a la variabilidad de los parámetros estructurales. En este trabajo, el modelo matemático propuesto con simulaciones en MATLAB y Python se valida con datos empíricos para reducir esta limitación. Esto es consistente con la recomendación de (15) de incluir una revisión sistemática para fortalecer el diseño de la investigación.

Además, los resultados muestran que la relación entre el ingreso marginal y el ingreso marginal es un punto conveniente para maximizar las ganancias, como acertadamente lo sugieren (16). Los gráficos presentados en este estudio muestran no solo estos residuos, sino también la dinámica de la cadena de suministro, como lo describen (11).

Finalmente, se argumenta que los cambios en los costos de producción o la demanda pueden cambiar los resultados obtenidos. Esto muestra la importancia de utilizar una combinación de métodos cuantitativos y modelos probabilísticos, como lo sugiere (17), (18), (19) para asegurar una validez predictiva suficiente.

En conclusión, este estudio reafirma que la contabilidad discreta y completa es una herramienta importante para que las empresas mejoren sus decisiones. Sin embargo, su aplicación se limita al uso de datos efectivos, predicciones robustas e interpretación precisa de los resultados (20).

CONCLUSIONES

Este estudio revela que el cálculo diferencial e integral es una herramienta útil para la toma de decisiones estratégicas en los negocios. Este ejercicio proporciona la base para probar supuestos importantes, como la diferencia entre el ingreso marginal y el costo marginal, y la maximización de ganancias y la minimización de costos.

Se concluyó que la simulación computacional realizada mediante herramientas como MATLAB y Python fue necesaria para validar el modelo matemático y superar los problemas asociados con la sensibilidad de los datos iniciales. Se enfatiza la importancia de combinar métodos analíticos y contables en la gestión empresarial.

El análisis marginal, apoyado por el cálculo diferencial e integral, no solo ayuda a identificar estrategias de producción óptimas, sino que también ayuda a evaluar las ventajas competitivas de diferentes escenarios de mercado. Esto es consistente con estudios previos que muestran la importancia de integrar enfoques cuantitativos en la planificación de la estrategia empresarial.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. Stewart J. Cálculo: Conceptos y Contextos. Cengage Learning; 2015.
2. Larson R, Edwards BH. Cálculo con Aplicaciones. McGraw Hill; 2019.
3. Thomas GB, Finney RL. Cálculo: Una Variable. Pearson Education; 2018.
4. Adams RA, Essex C. Cálculo: Una Introducción al Análisis Matemático. Pearson Education; 2017.
5. Zill DG, Wright WS. Cálculo Diferencial e Integral. Cengage Learning; 2019.
6. Leithold L. El Cálculo con Geometría Analítica. Harla; 1998.
7. Apostol TM. Calculus, Vol. 1: One-Variable Calculus, with an Introduction to Linear Algebra. Wiley; 1967.
8. Spivak M. Calculus. Cambridge University Press; 2008.
9. Piskunov N. Cálculo Diferencial e Integral. Ediciones Mir Moscú; 2001.
10. Demidovich BP. Problemas y Ejercicios de Análisis Matemático. Editorial URSS; 2011.
11. Stewart, J. (2015). Cálculo: Conceptos y Contextos. Cengage Learning. Enfoque práctico y visual, ideal para estudiantes que comienzan en cálculo diferencial.
12. Larson, R., & Edwards, B. H. (2019). Cálculo con Aplicaciones. McGraw Hill. Énfasis en aplicaciones del cálculo diferencial a problemas reales.
13. Thomas, G. B., & Finney, R. L. (2018). Cálculo: Una Variable. Pearson Education. Un texto riguroso con cobertura exhaustiva de los fundamentos del cálculo diferencial.

14. Apostol, T. M. (1967). *Calculus, Vol. 1: One-Variable Calculus, with an Introduction to Linear Algebra*. Wiley. Perspectiva teórica y algebraica del cálculo diferencial.
15. Adams, R. A., & Essex, C. (2017). *Cálculo: Una Introducción al Análisis Matemático*. Pearson Education. Una introducción moderna al cálculo con aplicaciones claras.
16. Spivak, M. (2008). *Calculus*. Cambridge University Press. Rigor matemático con un enfoque en la lógica y el razonamiento.
17. Leithold, L. (1998). *El Cálculo con Geometría Analítica*. Harla. Un texto clásico ampliamente utilizado por estudiantes de nivel universitario.
18. Zill, D. G., & Wright, W. S. (2019). *Cálculo Diferencial e Integral*. Cengage Learning. Explicaciones claras y ejemplos detallados que cubren desde lo básico hasta lo avanzado.
19. Piskunov, N. (2001). *Cálculo Diferencial e Integral*. Ediciones Mir Moscú. Libro tradicional con un enfoque riguroso y orientado a estudiantes de ingeniería y ciencias.
20. Demidovich, B. P. (2011). *Problemas y Ejercicios de Análisis Matemático*. Editorial URSS. Repertorio de problemas que abarca cálculo diferencial con soluciones detalladas